52/GA/CC/M-2026-46 **Student's Copy**

Serial No. 1083028

STATISTICS

Time : 3 Hours] *[Full Marks : 300*

Section - I

खण्ड – I

1. Answer the following questions: **[5×10=50]**

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें :

a) Suppose that two positive numbers are chosen randomly from 11 to 60 by without replacement. What is the probability that their difference is divisible by 3?

मान लीजिए कि 11 से 60 के बीच से दो धनात्मक संख्याएँ बिना प्रतिस्थापन के यादृच्छिक रूप से चुनी जाती हैं। इस बात की प्रायिकता क्या है कि उनका अंतर 3 से विभाज्य हो?

b) Let (X, Y) have the joint probability density function given by

$$f(x,y)=\begin{cases}24xy, & \text{for } 0<x,y,x+y<1\\ 0 \quad , & \text{Otherwise}\end{cases}$$

Find the correlation coefficient between X and Y.

माना कि (X, Y) का संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन

$$f(x,y)=\begin{cases}24xy, & \text{जहाँ } 0<x,y,x+y<1\\ 0 \quad , & \text{अन्यथा}\end{cases}$$

X और Y के बीच सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए।

c) Consider a random sample of size 1 from the population with density $f(x,\theta) = 2(\theta - x)/\theta^2; 0 \le x < \theta, \theta > 0$.

(i) Obtain the maximum likelihood estimate of θ.

(ii) Find an unbiased estimator of θ.

घनत्व फलन $f(x,\theta) = 2(\theta - x)/\theta^2; 0 \le x < \theta, \theta > 0$ वाला आबादि से आकार 1 का एक यादृच्छिक नमूना लीजिए।

(i) θ का अधिकतम संभावित अनुमान प्राप्त कीजिए।

(ii) θ का एक अनभिनत अनुमानक ज्ञात कीजिए।

d) Suppose you have only one observation X with probability mass function $P_\theta, \theta \in \{0, 1\}$ and P_0, P_1 are given by

X:	1	2	3	4	5
$P_0(x)$:	0.01	0.04	0.02	0.80	0.13
$P_1(x)$:	0.05	0.25	0.65	0.04	0.01

(i) Find a level α most powerful test for $H_0 : \theta = 0$ versus $H_1 : \theta = 1$ when $\alpha = 0.01$ and 0.05.

(ii) Are the most powerful tests unique in (i)? Justify your answer.

(iii) Find the power of the most powerful tests in (i).

मान लीजिए कि आपके पास संभाव्यता द्रव्यमान फलन P_θ के साथ केवल एक प्रेक्षण X है, जहाँ $\theta \in \{0, 1\}$ है और P_0, P_1 इस प्रकार दिए गए हैं :

X:	1	2	3	4	5
$P_0(x)$:	0.01	0.04	0.02	0.80	0.13
$P_1(x)$:	0.05	0.25	0.65	0.04	0.01

(i) $H_0 : \theta = 0$ के विरूद्ध $H_1 : \theta = 1$ के लिए एक स्तर अल्फा सर्वाधिक शक्तिशाली गैर यादृच्छिक परीक्षण ज्ञात कीजिए जब : $\alpha = 0.01$ और 0.05 हो।

(ii) क्या (i) में सर्वाधिक शक्तिशाली परीक्षण अद्वितीय है? अपने उत्तर का औचित्य सिद्ध कीजिए।

(iii) (i) में प्राप्त सर्वाधिक शक्तिशाली परीक्षणों की शक्ति ज्ञात कीजिए।

e) Consider the following fixed effect linear model :

$$y_1 = \alpha + \epsilon_1$$
$$y_2 = y_1 + \alpha - \beta + \epsilon_2$$
$$y_3 = y_2 + \alpha + \epsilon_3$$
$$y_4 = y_3 + \alpha + \beta + \epsilon_4$$
$$y_5 = y_4 + \alpha + 2\beta + \epsilon_5$$

where $y_1, y_2, \ldots\ldots, y_5$ are the observations, α and β are the parameters and ϵ_i's are uncorrelated random variables with $E(\epsilon_i) = 0$ and $V(\epsilon_i) = \sigma^2, i = 1, 2, \ldots, 5$. Find the least squares estimates of α and β based on the observations $y_1 = 1, y_2 = -1, y_3 = 1, y_4 = -1, y_5 = 1$.

निम्नलिखित निश्चित प्रभाव रैखिक मॉडल पर विचार करें :

$$y_1 = \alpha + \epsilon_1$$
$$y_2 = y_1 + \alpha - \beta + \epsilon_2$$
$$y_3 = y_2 + \alpha + \epsilon_3$$
$$y_4 = y_3 + \alpha + \beta + \epsilon_4$$
$$y_5 = y_4 + \alpha + 2\beta + \epsilon_5$$

जहाँ $y_1, y_2, \ldots\ldots, y_5$ अवलोकन हैं, α और β पैरामीटर है और ϵ_i, $E(\epsilon_i) = 0$ और $V(\epsilon_i) = \sigma^2, i = 1, 2, \ldots, 5$ के साथ असंबद्ध यादृच्छिक चर हैं। अवलोकन $y_1 = 1, y_2 = -1, y_3 = 1, y_4 = -1, y_5 = 1$ के आधार पर α और β का न्यूनतम वर्ग अनुमान ज्ञात कीजिए।

2. a) Suppose (X, Y) is a bivariate random vector such that Y has an exponential distribution with mean 2 and for every $y > 0$, the conditional distribution of X given Y = y is uniform over $(0, y)$. Let $Z = Y + X$. Find the mean and variance of Z. **[20]**

मान लीजिए (X, Y) एक द्विचरी यादृच्छिक सदिश है, ताकि y का माध्य 2 के साथ एक चरघातांकी वितरण हो, और प्रत्येक $y > 0$ के लिए Y = y दिए जाने पर X का सशर्त वितरण $(0, y)$ पर एक समान हो। मान लीजिए Z = Y + X है। Z का माध्य और प्रसरण ज्ञात कीजिए।

b) Let $X_1, X_2, \ldots, X_n$ be independent and identically distributed normal random variables with mean θ and variance 1, where $\theta \geq 0$. Find **[20]**

i) the maximum likelihood estimator $\hat{\theta}_n$ of θ.

ii) the asymptotic distribution of $T_n = \sqrt{n}\,\hat{\theta}_n$ when $\theta = 0$.

मान लीजिए $X_1, X_2, \ldots, X_n$ स्वतंत्र और समान रूप से वितरित सामान्य यादृच्छिक चर है, जिनका माध्य θ और प्रसरण 1 है, जहाँ $\theta \geq 0$ है। ज्ञात कीजिए :

i) θ का अधिकतम संभाविता अनुमानक $\hat{\theta}_n$

ii) जब $\theta = 0$ हो, तो $T_n = \sqrt{n}\,\hat{\theta}_n$ का स्पर्शोन्मुख वितरण।

c) Let $\{(2,-5),(-3,4),(0,1),(4,-6),(2,6)\}$ be a random sample from $N_2(\mu,\Sigma)$; where $\Sigma = \begin{pmatrix} 3 & 0.1 \\ 0.1 & 1 \end{pmatrix}$. Test the hypothesis $H_0 : \mu = (0,0)'$ versus $H_1 : \mu \neq (0,0)'$ at 5% level of significance.

$\left[\text{Given that, } \chi^2_{(0.05,2)} = 5.99\right]$ **[10]**

मान लीजिए $\{(2,-5),(-3,4),(0,1),(4,-6),(2,6)\}$ $N_2(\mu,\Sigma)$ में से यादृच्छिक नमूना है; जहाँ $\Sigma = \begin{pmatrix} 3 & 0.1 \\ 0.1 & 1 \end{pmatrix}$ परिकल्पना $H_0 : \mu = (0,0)'$ बनाम $H_1 : \mu \neq (0,0)'$ का 5% सार्थकता स्तर पर परीक्षण कीजिए।

[दिया गया है कि, $\chi^2_{(0.05,\,2)} = 5.99$]

OR/अथवा

a) Let $X_1, X_2, \ldots, X_n$ $(n > 2)$ be independent and identically distributed random variables having the uniform distribution over $(\theta_1 - \theta_2, \theta_1 + \theta_2)$, where $\theta_1 \in R$ and $\theta_2 > 0$. Find the uniformly minimum variance unbiased estimator of θ_1/θ_2. **[20]**

मान लीजिए $X_1, X_2, \ldots, X_n$ $(n > 2)$ स्वतंत्र और समान रूप से वितरित यादृच्छिक चर हैं, जिनका अंतराल $(\theta_1 - \theta_2, \theta_1 + \theta_2)$ पर एकसमान वितरण है, जहाँ $\theta_1 \in R$ और $\theta_2 > 0$ है। θ_1/θ_2 का एकसमान न्यूनतम विचरण निष्पक्ष आकलक ज्ञात कीजिए।

b) Let $X_1, X_2, ..., X_n$ be independent and identically distributed random variables with probability density function given by $f(x,\theta) = 3\theta^{-3}x^2 \exp\left(-\left(\frac{x}{\theta}\right)^3\right)$, $x > 0$ and $\theta > 0$ is unknown we wish to test the hypothesis $H_0 : \theta \le 1$ against $H_1 : \theta > 1$. Let $0 < \alpha < 1$. Find a uniformly most powerful test of size α. Find power of the test when $\theta^3 = 3.0404$, $\alpha = 0.05$ and $n = 7$. [Given that $\chi^2_{(0.05, 14)} = 23.685$] **[20]**

मान लीजिए $X_1, X_2, ..., X_n$ स्वतंत्र और समान रूप से वितरित यादृच्छिक चर है, जिनका प्रायिकता घनत्व फलन नीचे दिया गया है :

$f(x,\theta) = 3\theta^{-3}x^2 \exp\left(-\left(\frac{x}{\theta}\right)^3\right)$, $x > 0$ और $\theta > 0$ अज्ञात है।

हम वैकल्पिक परिकल्पना $H_1 : \theta > 1$ के विरूद्ध शून्य परिकल्पना $H_0 : \theta \le 1$ का परीक्षण करना चाहते हैं। मान लीजिए $0 < \alpha < 1$ है। आकार α को एकसमान रूप से सर्वाधिक शक्तिशाली परीक्षण ज्ञात कीजिए। जब $\theta^3 = 3.0404$, $\alpha = 0.05$ और $n = 7$ हो, तो परीक्षण की शक्ति ज्ञात कीजिए। [दिया गया है कि, $\chi^2_{(0.05, 14)} = 23.685$]

c) It is believed that the number of daily hospital admissions on the average depends on whether it is in weekdays or in weekends. Based on records of daily admission counts from a hospital over 52 weeks, suggest a suitable model and corresponding analysis to test this belief. Write your notation and all the assumptions clearly, including limitation(s), if any. **[10]**

यह माना जाता है कि अस्पताल में प्रतिदिन भर्ती होने वाले रोगियों की औसत संख्या इस बात पर निर्भर करती है कि वह कार्य दिवस है या सप्ताहांत। 52 सप्ताहों के दौरान अस्पताल में दैनिक प्रदेश के रिकॉर्ड के आधार पर, इस धारणा का परीक्षण करने के लिए एक उपयुक्त मॉडल और संबंधित विश्लेषण का सुझाव दें। अपने संकेत और सभी मान्यताओं को स्पष्ट रूप से लिखें, जिसमें कोई सीमाएँ हो, तो वह भी शामिल करें।

3. a) Let $g(x)$ be a function with $-\infty < E(g(X)) < \infty$ and $-\infty < g(-1) < \infty$. If X follows Poisson (λ), show that $E[\lambda g(X)] = E[Xg(X-1)]$. Hence find the variance of X using the above relationship of expectation. **[15]**

मान लीजिए $g(x)$ एक फलन है जहाँ $-\infty < E(g(X)) < \infty$ और $-\infty < g(-1) < \infty$ है। यदि X पोयसाँ (λ) को अनुसरता है, तो दर्शाइए कि $E[\lambda g(X)] = E[Xg(X-1)]$ है। अतः प्रत्याशा के उपरोक्त संबंध का उपयोग करके X का प्रसरण ज्ञात कीजिए।

b) Define partial correlation coefficient $r_{12.3}$ between X_1 and X_2 eliminating from each the effect of X_1. Derive the expression for $r_{12.3}$ and comment on its usefulness in multivariate data analysis. Check the consistency of the data r_{12}= 0.25, r_{13}= 0.70, and r_{23} = 0.55. **[20]**
X_1 और X_2 के बीच आंशिक सहसंबंध गुणांक $r_{12.3}$ को परिभाषित करें, जिसमें से प्रत्येक से X_1 का प्रभाव हटा दिया गया हो। $r_{12.3}$ के लिए व्यंजक व्युत्पन्न करें और बहुभिन्नरूपी डेटा विश्लेषण में इसकी उपयोगिता पर टिप्पणी करें। डेटा की संगति की जाँच करें : r_{12}= 0.25, r_{13}= 0.70, और r_{23} = 0.55.

c) Discuss the two-sample Kolmogorov-Smirnov test. **[15]**
दो नमूना कोल्मोगोरोव–स्मिरनोव परीक्षण पर चर्चा करें।

OR/अथवा

a) Let X, Y ~ N (0, 1). Show that $U = \frac{X}{Y}$ has a standard Cauchy distribution.

What would be the distribution of $\frac{X}{|Y|}$? **[15]**

मान लीजिए X, Y ~ N (0, 1) दर्शाइए कि $U = \frac{X}{Y}$ का मानक कोची वितरण है। $\frac{X}{|Y|}$ का वितरण क्या होगा?

b) Differentiate weak law of large numbers and strong law of large numbers. Discuss the importance of central limit theorem in statistics. Let $\{X_n\}$ be a sequence of random variables with

$$P\left[X_n = -2^n\right] = P\left[X_n = +2^n\right] = ½, n = 1, 2, ...$$

Examine if the sequence obeys weak law of large numbers and central limit theorem. **[20]**
बड़ी संख्याओं के लिए दुर्बल नियम और बड़ी संख्याओं के लिए मजबूत नियम में अंतर स्पष्ट कीजिए। सांख्यिकी में केंद्रीय सीमा प्रमेय के महत्त्व पर चर्चा कीजिए। मान लिजिए $\{X_n\}$ यादृच्छिक चरों का एक अनुक्रम हैं, जिसमें

$$P\left[X_n = -2^n\right] = P\left[X_n = +2^n\right] = ½, n = 1, 2, ...$$

जांच कीजिए कि क्या यह अनुक्रम बड़ी संख्याओं के लिए दुर्बल नियम और केंद्रिय सीमा प्रमेय का पालन करता है।

c) Describe sequential probability ratio test. Show that it is eventually terminate with probability one. **[15]**
अनुक्रमिक प्रायिकता अनुपात परीक्षण का वर्णन कीजिए। दर्शाइए कि यह अंतत: प्रायिकता एक के साथ समाप्त हो जाता है।

Section - II

खण्ड - II

4. Answer the following questions: [5×10=50]

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें :

a) Show that mean of a systematic sample is more precise than the mean of a simple random sample of size n under a certain condition to be obtained by you.

यह सिद्ध कीजिए कि n आकार के एक सरल यादृच्छिक नमूने के माध्य की तुलना में व्यवस्थित नमूने का माध्य अधिक सटीक होता है, एक निश्चित शर्त के अधीन, जिसे आपको प्राप्त करना होगा।

b) Obtain the control limits for the following data providing the number of coloured threads (considered as defects) in 15 pieces of cloth and comment:

6, 13, 4, 19, 5, 4, 3, 11, 8, 0, 10, 6, 18, 7, 20

कपड़े के 15 टुकड़ों में रंगीन धागों (जिन्हें दोष माना गया है) की संख्या दर्शाने वाले निम्नलिखित डेटा के लिए नियंत्रण सीमाएँ ज्ञात कीजिए और उन पर टिप्पणी कीजिए :

6, 13, 4, 19, 5, 4, 3, 11, 8, 0, 10, 6, 18, 7, 20

c) In an M/M/1 queuing system in a steady state, show that the inter-departure times are independently distributed exponentially random variables with mean $\frac{1}{\lambda}$, where λ is the parameter of the input (Poisson) process.

स्थिर अवस्था में M/M/1 कतार प्रणाली में, दिखाएँ कि अंतर–प्रस्थान समय स्वतंत्र रूप से वितरित घातीय यादृच्छिक चर हैं। जिनका माध्य $\frac{1}{\lambda}$ है, जहाँ λ इनपुट (पॉइसन) प्रक्रिया का पैरामीटर है।

d) What are the different methods for measurement of trend? Discuss the method of fitting a straight line using least squares method.

प्रवृत्ति के मापन की विभिन्न विधियाँ क्या हैं? न्यूनतम वर्ग विधि का उपयोग करके एक सीधी रेखा को फिट करने की विधि पर चर्चा कीजिए।

e) Define general fertility rate (GFR) and age specific fertility rate (ASFR). Describe the methods for computing these fertility rates. Indicate why ASFR is considered as an improvement over GFR.

सामान्य प्रजनन दर (जी एफ आर) और आयु विशिष्ट प्रजनन दर (ए एस एफ आर) को परिभाषित करें। इन प्रजनन दरों की गणना करने की विधियों का वर्णन करें। यह स्पष्ट करें कि ए एस एफ आर को जी एफ आर से बेहतर क्यों माना जाता है?

5. a) From a population of size N with auxiliary size measure x ($x > 0$), a sample of size $n(2 < n < \mathrm{N})$ is drawn using the following rule :

(i) the first sample unit is drawn using probability proportional to size (x), and

(ii) the other (n–1) sample units are drawn using simple random sampling without replacement from the remaining (N-1) units

Denote by $\pi(i)$ and $\pi(i, j)$ the inclusion probability of unit i and joint inclusion probability of units i and j, $i \neq j$ respectively.

Show that :

(i) $\pi(i) > \pi(j) \Leftrightarrow x_i > x_j$ for all $i \neq j$;

(ii) $\pi(i,k) > \pi(j,k) \Leftrightarrow x_i > x_j$ for all distinct i, j, k

[20]

एक जनसंख्या जिसका आकार N है और जिसका सहायक आकार माप x ($x > 0$) है, से आकार $n(2 < n < \mathrm{N})$ का एक नमूना निम्नलिखित नियम का उपयोग करके लिया जाता है :

(i) पहली नमूना इकाई आकार (x) के समानुपाती प्रायिकता का उपयोग करके ली जाती है, और

(ii) शेष (N–1) इकाईयों में से प्रतिस्थापन रहित सरल यादृच्छिक नमूनाकरण विधि का उपयोग करके अन्य (n–1) नमूना इकाइयाँ ली जाती हैं।

इकाई i की समावेशन प्रायिकता और इकाईयों i और j की संयुक्त समावेशन प्रायिकता, जहाँ $i \neq j$ है, को क्रमशः $\pi(i)$ और $\pi(i, j)$ से निरूपित करें।

दर्शाइए कि –

i) $\pi(i) > \pi(j) \Leftrightarrow x_i > x_j$ सभी $i \neq j$ के लिए;

ii) $\pi(i,k) > \pi(j,k) \Leftrightarrow x_i > x_j$ सभी भिन्न-भिन्न i, j, k के लिए।

b) Describe the method of double sampling plan and derive its OC, ASN and ATI. Hence calculate average amount of inspection per lot for lots having 3% defectives for the plan (N=2000, n_1=100, n_2=150, c_1=1, c_2=4). **[20]**

डबल प्रतिचयन योजना की विधि का वर्णन कीजिए और इसके OC, ASN और ATI को व्युत्पन्न कीजिए। अतः इस योजना के लिए 3% दोषपूर्ण प्रचय के लिए प्रति प्रचय निरीक्षण की औसत मात्रा की गणना कीजिए। (N=2000, n_1=100, n_2=150, c_1=1, c_2=4)

c) Define the terms: lead time, shortage cost. An aircraft company uses rivets at an approximate customer rate of 3500 kg per year. Each unit costs Rs. 50 per kg and the company personnel estimate that it costs Rs. 250 to place an order, and that the carrying cost of inventory is 8% per year. How frequently should orders for rivets be placed? Also determine the optimum size of each order. **[10]**

लीड टाइम और शॉर्टेज कोस्ट को परिभाषित करें। एक विमान निर्माता कंपनी लगभग 3500 किलोग्राम प्रति वर्ष की दर से रिवेट्स का उपयोग करती है। प्रत्येक यूनिट की क़ीमत 50 रूपये प्रति किलोग्राम है और कंपनी के कर्मचारियों का अनुमान है कि ऑर्डर देने की लागत 250 रूपये है, तथा इन्वेंट्री वहन लागत 8% प्रति वर्ष है। रिवेट्स के लिए ऑर्डर कितनी बार दिए जाने चाहिए? प्रत्येक ऑर्डर का इष्टतम आकार भी निर्धारित करें।

OR/अथवा

a) Suppose you have υ treatments to be compared in υ^2 plots. How will you carry out the experiment under each of the following situations? **[20]**

(i) there is no fertility difference among υ^2 plots

(ii) the fertility changes along a particular direction.

(iii) the fertility changes along two perpendicular directions

Give the appropriate analysis of variance table for each case. Obtain efficiency of the design used in case (iii) with respect to the design used in case (i)

मान लीजिए कि आपको υ^2 भूखंडो में υ उपचारों की तुलना करनी है। निम्नलिखित स्थितियों में से प्रत्येक के तहत आप प्रयोग कैसे करेंगे?

(i) υ^2 भूखंडो के बीच उर्वरता में कोई अंतर नहीं है।

(ii) उर्वरता एक विशेष दिशा में बदलती है

(iii) उर्वरता दो लंबवत दिशाओं में बदलती है

प्रत्येक स्थिति के लिए उपयुक्त विश्लेषण तालिका दीजिए। (i) में उपयोग किए गए डिज़ाइन के संदर्भ में (iii) में उपयोग किए गए डिज़ाइन की दक्षता ज्ञात कीजिए।

b) Define the terms : reliability, hazard rate, mean residual life time. State the expressions of reliability based on (i) hazard function and (ii) mean residual life time. When two independent components have exponential life time with hazard rate $\lambda_i, i = 1,2,$ obtain reliability function, hazard function, and mean time to failure of series and parallel system having the two components. **[20]**

विश्वसनीयता, जोखिम दर और औसत अवशिष्ट जीवनकाल को परिभाषित कीजिए। (i) जोखिम फलन और (ii) औसत अवशिष्ट जीवनकाल के आधार पर विश्वसनीयता के लिए व्यंजक बताइए। जब दो स्वतंत्र घटकों का जोखिम दर λ_i के साथ घातीय जीवनकाल हो, जहाँ $i = 1, 2$ तो (i) श्रृंखला प्रणाली और (ii) समानांतर प्रणाली के लिए विश्वसनीयता फलन, जोखिम फलन और विफलता का औसत समय ज्ञात कीजिए।

c) Determine the optimum basic feasible solution to the following transportation problem using VAM. **[10]**

Warehouse → Factory ↓	W_1	W_2	W_3	W_4	Capacity
F_1	19	30	50	10	7
F_2	70	30	40	60	9
F_3	40	30	70	20	18
requirement	5	8	7	14	34

Formulate the problem as L.P.P.

VAM विधि का उपयोग करके निम्नलिखित परिवहन समस्या का मूलभूत व्यवहार्य समाधान ज्ञात कीजिए।

गोदाम → कारखाना ↓	W_1	W_2	W_3	W_4	क्षमता
F_1	19	30	50	10	7
F_2	70	30	40	60	9
F_3	40	30	70	20	18
आवश्यकता	5	8	7	14	34

समस्या को L.P.P. के रूप में सूत्रबद्ध कीजिए।

6. a) Prepare price and quantity index numbers for 2010 with 2005 as base year from the following data using (i) Laspeyre's (ii) Paasche's and (iii) Fisher method

Year	Item -1		Item-2		Item-3		Item-4	
	Price	Qty.	Price	Qty.	Price	Qty.	Price	Qty.
2005	5.50	6	7.70	7	10.00	5	13.00	10
2010	7.00	8	9.00	13	8.50	7	13.50	10

With reference to the above, verify the factor reversal test and time reversal test for these index numbers. **[20]**

निम्नलिखित आंकड़ों से (i) लास्पेयर विधि (ii) पाशे विधि और (iii) फिशर विधि का उपयोग करके 2005 को आधार वर्ष मानते हुए 2010 के लिए मूल्य और मात्रा सूचकांक सांख्याएँ तैयार करें।

वर्ष	मद -1		मद - 2		मद - 3		मद - 4	
	मूल्य	मात्रा	मूल्य	मात्रा	मूल्य	मात्रा	मूल्य	मात्रा
2005	5.50	6	7.70	7	10.00	5	13.00	10
2010	7.00	8	9.00	13	8.50	7	13.50	10

उपरोक्त के संदर्भ में, इन सूचकांक संख्याओं के लिए कारक उत्क्रमण परीक्षण और समय उत्क्रमण परीक्षण को सत्यापित करें।

b) Define reliability of a test. Discuss the parallel-test method and the test -retest method for estimating the test reliability. **[20]**

किसी परीक्षण की विश्वसनीयता को परिभाषित कीजिए। परीक्षण की विश्वसनीयता का अनुमान लगाने के लिए समानांतर परीक्षण विधि और परीक्षण पुनः परीक्षण विधि पर चर्चा कीजिए।

c) Let $\{X_n : n = 0,1,2.....\}$ be a Markov chain with state space $S = \{0,1,2,3\}$ and transition probability matrix. **[10]**

$$P = \begin{Bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix}$$

(i) Calculate $P(X_3 = 1 | X_0 = 0)$

(ii) Check whether the chain is irreducible.

मान लीजिए $\{X_n : n = 0,1,2.....\}$ एक मार्कोव श्रृंखला है जिसका अवस्था स्थान $S = \{0,1,2,3\}$ है और संक्रमण मैट्रिक्स।

$$P = \begin{Bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{2}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{Bmatrix}$$

(i) $P(X_3 = 1 | X_0 = 0)$ की गणना कीजिए।

(ii) जाँच कीजिए कि क्या श्रृंखला अविभाज्य है।

OR/अथवा

a) Explain the 2-SLS method. Why is it used in simultaneous equations models? Describe the steps involved in the 2-SLS estimation method. What are the requirements for a variable to be a valid instrument in 2-SLS? Compare and contrast the ILS and 2-SLS methods. In what scenario are they identical? **[20]**

2-SLS विधि की व्याख्या कीजिए। इसका उपयोग समकालिक समीकरण मॉडलों में क्यों किया जाता है? 2-SLS अनुमान विधि में शामिल चरणों का वर्णन कीजिए। 2-SLS में किसी चर के वैध इंस्ट्रूमेंट होने के लिए क्या आवश्यकताएँ है? ILS और 2-SLS विधियों की तुलना और अंतर स्पष्ट कीजिए। किन परिस्थितियों में ये दोनों विधियाँ समान हैं।

b) Complete the following Life Table (with usual notations) : **[20]**

Age in Years	l_x	d_x	q_x	p_x	L_x	T_x	e_x^0
11	15000	?	?	?	?	?	?
12	10000	?	?	?	?	?	?
13	7000	?	?	?	?	?	?
14	3000	–	–	–	2000	?	?

निम्नलिखित जीवन सारणी को पूरा करें (सामान्य संकेतों सहित) :

आयु वर्षों में	l_x	d_x	q_x	p_x	L_x	T_x	e_x^0
11	15000	?	?	?	?	?	?
12	10000	?	?	?	?	?	?
13	7000	?	?	?	?	?	?
14	3000	–	–	–	2000	?	?

c) What is an artificial variable? Why is an artificial vector which leaves the basis once never considered again for re-entry into the basis? Optimality criteria being satisfied; state what is indicated by each of the following: **[10]**

(i) One or more artificial vectors are in the basis at zero level.

(ii) One or more artificial vectors are in the basis at positive level.

कृत्रिम चर क्या है? आधार से एक बार बाहर निकलने वाले कृत्रिम सदिश को आधार में पुन: प्रवेश के लिए क्यों नहीं माना जाता है? इष्टतमता मानदंड संतुष्ट होने पर निम्नलिखित में से प्रत्येक से क्या संकेत मिलता है, बताइए :

(i) एक या एक से अधिम कृत्रिम सदिश शून्य स्तर पर आधार में है।

(ii) एक या एक से अधिक कृत्रिम सदिश धनात्मक स्तर पर आधार में हैं।