52/GA/CC/M-2026-19

Booklet Series

A

Serial No. 1013325

Candidate's Roll Number

Question Booklet

MATHEMATICS

Time Allowed : 2 Hours

Maximum Marks : 100

Read the following instructions carefully before you begin to answer the questions.

IMPORTANT INSTRUCTIONS

1. This Question Booklet contains **100** questions in all.
2. **All** questions carry equal marks.
3. Attempt **all** questions.
4. An Answer Sheet has been supplied inside the Question Booklet to mark the answers. **You must write your Roll Number and encode it and write other particulars in the space provided in the Answer Sheet, failing which your Answer Sheet will not be evaluated.**
5. **Immediately after commencement of the examination, you should check up your Question Booklet and attached answer sheet and ensure that the Question Booklet Series is printed on the top right-hand corner of the Question Booklet and the series encoded in Answer Sheet are same. Also please check that the Question Booklet contains 32 printed pages including two pages (Page Nos. 30 and 31) for Rough Work and no page or question is missing or unprinted or torn or repeated or Question Booklet and Answer Sheet have different series. If you find any defect in this Question Booklet and attached Answer Sheet, get it replaced Immediately by a complete Question Booklet with OMR sheet of the same series.**
6. If there is any sort of mistake either of printing or of factual nature, then out of English and Hindi versions of the questions, the English version will be treated as standard.
7. You must write your Roll Number in the space provided on the top of this page. Do not write anything else on the Question Booklet.
8. Questions and their responses are printed in English and Hindi versions in this Question Booklet. Each question comprises of **four** responses - (A), (B), (C) and (D). You are to select ONLY ONE correct response and mark it in your Answer Sheet. In case you feel that there are more than one correct response, mark the response which you consider the best. In any case choose ONLY ONE response for each question.
9. In the Answer Sheet, there are **four** circles - Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ and Ⓓ against each question. To answer the questions, you are to mark with **Black/Blue ink ballpoint pen ONLY ONE circle** of your choice for each question. Select only one response for each question and mark it in your Answer Sheet. If you mark more than one circle for one question, the answer will be treated as wrong. **Use Black/Blue ink ballpoint pen only to mark the answer in the Answer Sheet. Any erasure or change is not allowed.**
10. You should not remove or tear off any sheet from the Question Booklet. You are not allowed to take this Question Booklet and the Answer Sheet out of the Examination Hall during the examination. **After the examination has concluded, you must hand over your Answer Sheet to the Invigilator.** Thereafter, you are permitted to take away the Question Booklet with you.
11. Failure to comply with any of the above instructions will render you liable to such action or penalty as the Commission may decide at their discretion.
12. Candidates must assure before leaving the Examination Hall that their Answer Sheets will be kept in Self Adhesive LDPE Bag and completely packed/sealed in their presence.

ध्यान दें : अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस पुस्तिका के अन्तिम पृष्ठ पर छपा है।

1. Which of the following is the dimension of the vector space P_n of polynomials of degree at most n?
   (A) $n-1$
   (B) n
   (C) $n+1$
   (D) $n \times n$

2. Which of the following is true about the zero vector space $\{0\}$?
   (A) Its dimension is 0 and basis is the empty set ϕ
   (B) Its dimension is 1 and basis is the empty set ϕ
   (C) It has no defined dimension
   (D) None of the above

3. If A is a $(n-2) \times n$ ordered matrix with a rank of $(n-4)$, then the dimension of the nullspace of A is :
   (A) 7
   (B) 4
   (C) 3
   (D) 2

4. If V_1 and V_2 are n-dimensional subspaces of $\mathbb{R}^{n+1}$, what is the minimum possible dimension of $V_1 \cap V_2$?
   (A) 1
   (B) $n-1$
   (C) n
   (D) $n+1$

5. If every Skew-Hermitian matrix A can be written as P+iQ, then
   (A) P is real and skew-symmetric and Q is real and symmetric
   (B) P is real and symmetric and Q is real and skew symmetric
   (C) P is real and skew-symmetric and Q is real and skew-symmetric
   (D) P is real and symmetric and Q is real and symmetric

6. For a real symmetric matrix, which property regarding eigenvalues always holds true?
   (A) The sum of eigenvalues is always zero
   (B) There is only one unique eigenvalue
   (C) All eigenvalues are real numbers
   (D) All eigenvalues are positive

7. If an eigenvalue λ has an algebraic multiplicity of 3, then what are the possible values for its geometric multiplicity?
   (A) Any value from 0 to 3
   (B) 2 or 3, but not 1
   (C) 1, 2 or 3
   (D) Only 3

8. Let V be a vector space of all polynomials of degree ≤ 3. Then, the transition matrix from $\{1, x, x^2, x^3\}$ to $\{x^3, x^2, x, 1\}$ is

   (A) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

   (B) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

   (C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

   (D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

1. निम्नलिखित में से कौन सा विकल्प अधिकतम n घात वाले बहुपदों की सदिश समष्टि P_n के आयाम को दर्शाता है?
(A) $n-1$
(B) n
(C) $n+1$
(D) $n \times n$

2. शून्य सदिश समष्टि $\{0\}$ के बारे में निम्नलिखित में से कौन सा विकल्प सही है?
(A) इसकी विमा 0 और आधार रिक्त समुच्चय ϕ है
(B) इसकी विमा 1 और आधार रिक्त समुच्चय ϕ है
(C) इसकी कोई परिभाषित विमा नहीं है
(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

3. यदि A एक $(n-2) \times n$ क्रम का आव्यूह है जिसकी कोटी $(n-4)$ है, तो A की शून्य समष्टि की विमा है
(A) 7
(B) 4
(C) 3
(D) 2

4. यदि V_1 और V_2 $\mathbb{R}^{n+1}$ के n-आयामी उपसमष्टि है, तो $V_1 \cap V_2$ का न्यूनतम संभव आयाम क्या है?
(A) 1
(B) $n-1$
(C) n
(D) $n+1$

5. यदि प्रत्येक विषम–हर्मिटी आव्यूह A को P+iQ के रूप में व्यक्त किया जा सकता हो, तो
(A) P वास्तविक तथा विषम–सममित और Q वास्तविक तथा सममित है
(B) P वास्तविक तथा सममित और Q वास्तविक तथा विषम–सममित है
(C) P वास्तविक तथा विषम–सममित और Q वास्तविक तथा विषम–सममित है
(D) P वास्तविक तथा सममित और Q वास्तविक तथा सममित है

6. एक वास्तविक सममित आव्यूह के लिए, अभिलक्षणिक मान के संबंध में कौन सा गुण हमेशा सत्य होता है?
(A) अभिलक्षणिक मानों का योग सदैव शून्य होता हैं
(B) केवल एक ही अद्वितीय अभिलक्षणिक मान होता हैं
(C) सभी अभिलक्षणिक मान वास्तविक संख्याएँ हैं
(D) सभी अभिलक्षणिक मान धनात्मक हैं

7. यदि एक अभिलक्षणिक मान λ की बीजगणितीय बहुलता 3 हो, तो उसकी ज्यामितीय बहुलता के संभव मान क्या है?
(A) 0 से 3 तक कोई भी मान
(B) 2 या 3, परन्तु 1 नहीं
(C) 1, 2 या 3
(D) केवल 3

8. मान लीजिए V, घात ≤ 3 वाले सभी बहुपदों की सदिश समष्टि है। तब $\{1, x, x^2, x^3\}$ से $\{x^3, x^2, x, 1\}$ तक का संक्रमण आव्यूह है

(A) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

9. If $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$, then which of the following is true?

(A) $A^3 = A + I$

(B) $A^3 = 7A + 6I$

(C) $A^3 = -3A + 2I$

(D) $A^3 = 9A + 4I$

10. Which of the following matrices is a Skew - Hermitian matrix?

(A) $\begin{bmatrix} i & 2+i3 \\ -2+i3 & i2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 3 & 2+i \\ 2-i & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & -i \\ -1+i & i2 \end{bmatrix}$

11. The nature of the matrix associated with the quadratic form $Q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_2x_3$ is

(A) Indefinite matrix

(B) Positive definite

(C) Negative semi-definite

(D) Negative definite

12. If A is an $m \times n$ matrix and B is $n \times p$ matrix such that AB = 0, what is the necessary relationship between the column space of B, denoted by C(B), and the null space of A, denoted by N (A)?

(A) $C(B) \cap N(A) = \{0\}$

(B) $C(B) = N(A)$

(C) $C(B) \subseteq N(A)$

(D) $N(A) \subseteq C(B)$

13. The values of a, b and c for which the matrix $A=\begin{bmatrix} 0 & 2b & c \\ a & b & -c \\ a & -b & c \end{bmatrix}$ is orthogonal, are

(A) $a=\pm 1, b=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}, c=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}$

(B) $a=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, b=\pm\frac{1}{\sqrt{6}}, c=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

(C) $a=\pm 2\sqrt{2}, b=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}, c=\pm\frac{1}{\sqrt{6}}$

(D) $a=\pm\frac{3}{\sqrt{2}}, b=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, c=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

14. If A is a 3×3 matrix with determinant of A is zero and trace (A) = 6. It is given that one of the eigenvalue of A is 4, then the other two eigenvalues are

(A) 1 and 1

(B) 1 and 3

(C) 0 and 2

(D) 2 and 4

9. यदि $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ हो, तो निम्नलिखित में से कौन–सा सही है?

(A) $A^3 = A + I$

(B) $A^3 = 7A + 6I$

(C) $A^3 = -3A + 2I$

(D) $A^3 = 9A + 4I$

10. निम्नलिखित में से कौन सा एक विषम–हर्मिटी आव्यूह है?

(A) $\begin{bmatrix} i & 2+i3 \\ -2+i3 & i2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 3 & 2+i \\ 2-i & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} i & -i \\ -1+i & i2 \end{bmatrix}$

11. द्विघाती रूप (quadratic form) $Q(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_2x_3$ से संबंधित आव्यूह की प्रकृति है

(A) अनिश्चित आव्यूह

(B) धनात्मक निश्चित

(C) ऋणात्मक अर्ध–निश्चित

(D) ऋणात्मक निश्चित

12. यदि A एक $m \times n$ आव्यूह है और B एक $n \times p$ आव्यूह है जबकि $AB = 0$ हो, तो B की स्तंभ समष्टि, जिसे C(B) से दर्शाया जाता है, और A की शून्य समष्टि, जिसे N (A) से दर्शाया जाता है, के बीच आवश्यक संबंध क्या है?

(A) $C(B) \cap N(A) = \{0\}$

(B) $C(B) = N(A)$

(C) $C(B) \subseteq N(A)$

(D) $N(A) \subseteq C(B)$

13. a, b तथा c के वह मान जिनके लिए आव्यूह $A=\begin{bmatrix} 0 & 2b & c \\ a & b & -c \\ a & -b & c \end{bmatrix}$ लांबिक हो, हैं

(A) $a=\pm 1, b=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}, c=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}$

(B) $a=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, b=\pm\frac{1}{\sqrt{6}}, c=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

(C) $a=\pm 2\sqrt{2}, b=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}, c=\pm\frac{1}{\sqrt{6}}$

(D) $a=\pm\frac{3}{\sqrt{2}}, b=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}, c=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

14. यदि A एक 3×3 आव्यूह है जिसका सारणिक शून्य तथा ट्रेस (A) = 6 है। यह दिया गया है कि A का एक अभिलक्षणिक मान 4 है, तो दूसरे दो अभिलक्षणिक मान हैं

(A) 1 और 1

(B) 1 और 3

(C) 0 और 2

(D) 2 और 4

15. The function $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ is defined on the set of real numbers, i.e., $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, then

(A) f is one-one and onto function

(B) f is onto but not one-one function

(C) f is neither one-one nor onto function

(D) f is one-one but not onto function

16. The value of $\lim_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ is

(A) 1

(B) 0

(C) e

(D) $\frac{1}{e}$

17. For what values of a, b and c

$$\lim_{x\to 0}\frac{ae^x-b\cos x+ce^{-x}}{x\sin x}=2\ ?$$

(A) $a=1, b=1, c=0$

(B) $a=0, b=1, c=1$

(C) $a=2, b=1, c=1$

(D) $a=1, b=2, c=1$

18. The value of $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+5}{x-1}\right)^x$ is

(A) 1

(B) ∞

(C) e^x

(D) e^6

19. If $f(x)$ be defined on $[a, b]$ such that for $\alpha > 0$, $|f(x)-f(y)| \le |x-y|^{1+\alpha}$, $\forall\ x, y \in [a, b]$, then the function $f(x)$ is

(A) Constant function on $[a, b]$

(B) Continuous but not differentiable on $[a, b]$

(C) Continuous but not uniformly continuous on $[a, b]$

(D) Neither uniformly continuous nor differentiable on $[a, b]$

20. Which of the following is not true for the function $f(x)=(x-1)^2(x-3)^3, x\in\mathbb{R}$

(A) $f'(x)=0$ at $x=1, x=3$ and $x=\frac{9}{5}$

(B) $f(x)$ has a local maximum at $x=1$

(C) $f(x)$ has neither a maximum nor a minimum at $x=3$

(D) $f(x)$ has a local maximum at $x=\frac{9}{5}$

21. The slobe of the line which is parallel to the xz–plane and tangent to the surface $z=x\sqrt{x+y}$ at the point (1, 3, 2) is

(A) 9/4

(B) $3\sqrt{3}$

(C) 7/4

(D) $4\sqrt{2}$

15. फलन $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ को वास्तविक संख्याओं के समुच्चय पर परिभाषित किया गया है, और $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ द्वारा प्रदर्शित करें, तो

(A) f एकैकी और आच्छादक फलन है

(B) f आच्छादक फलन है परन्तु एकैकी नहीं है

(C) f न तो एकैकी है और न ही आच्छादक फलन है

(D) f एकैकी है परन्तु आच्छादक फलन नहीं है

16. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ का मान है

(A) 1

(B) 0

(C) e

(D) $\frac{1}{e}$

17. a, b और c के मान

$\lim\limits_{x\to0}\frac{ae^x-b\cos x+ce^{-x}}{x\sin x}=2$ में क्या हैं?

(A) $a=1, b=1, c=0$

(B) $a=0, b=1, c=1$

(C) $a=2, b=1, c=1$

(D) $a=1, b=2, c=1$

18. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+5}{x-1}\right)^x$ का मान है

(A) 1

(B) ∞

(C) e^x

(D) e^6

19. यदि $f(x)$ को $[a, b]$ में इस प्रकार परिभाषित किया जाये कि $\alpha>0$ के लिए $|f(x)-f(y)|\le|x-y|^{1+\alpha}$, $\forall\, x, y\in[a, b]$ हो, तो फलन $f(x)$ है

(A) $[a, b]$ में अचर फलन

(B) $[a, b]$ में सतत परन्तु अवकलनीय नहीं

(C) $[a, b]$ में सतत परन्तु एक समान रूप से सतत नहीं

(D) $[a, b]$ में न तो एक समान रूप से सतत और न ही अवकलनीय

20. निम्नलिखित में से कौन सा, फलन

$f(x)=(x-1)^2(x-3)^3$, $x\in\mathbb{R}$, के लिए सत्य नहीं है

(A) $x=1, x=3$ तथा $x=\frac{9}{5}$ पर $f'(x)=0$ है।

(B) $x=1$ पर $f(x)$ का एक स्थानीय अधिकतम है।

(C) $x=3$ पर $f(x)$ का न तो अधिकतम है और न ही न्यूनतम है।

(D) $x=\frac{9}{5}$ पर $f(x)$ का एक स्थानीय अधिकतम है।

21. उस रेखा का ढलान जो समतल xz के समानांतर हो और बिन्दु $(1, 3, 2)$ पर सतह $z=x\sqrt{x+y}$ को स्पर्श करती हो, है

(A) 9/4

(B) $3\sqrt{3}$

(C) 7/4

(D) $4\sqrt{2}$

22. If $m > 0$ and $n > 0$, then the value of $\int_0^1 x^{n-1}\left(\ln\frac{1}{x}\right)^{m-1} dx$ is

(A) $\frac{m^n}{\lfloor n}$

(B) $\frac{\lfloor m}{n^m}$

(C) $n^m \lfloor m$

(D) $m^n \lfloor n$

23. The value of the integral $\int_0^{100} e^{x-[x]}dx$ is

(A) e^{100}

(B) $100(e-1)$

(C) $99(1-e)$

(D) $1-e$

24. Two spheres $x^2+y^2+z^2+2ux+2vy+2wz+d=0$ and $x^2+y^2+z^2+2u'x+2v'y+2w'z+d'=0$ are orthogonal if

(A) $uu'+vv'+ww'=0$

(B) $2uu'+2vv'+2ww'=d+d'$

(C) $\frac{u}{u'}=\frac{v}{v'}=\frac{w}{w'}=\frac{d}{d'}$

(D) $d=d'$

25. For what value of K the plane $2x+y+3z=K$ is tangent to the ellibroid $x^2+2y^2+3z^2=1$?

(A) $K=\pm\sqrt{7.5}$

(B) $K=\pm\sqrt{11.5}$

(C) $K=\pm 3\sqrt{3}$

(D) $K=\pm 5\sqrt{3}$

26. The torsion τ of the curve $r(t)=\langle t, t^2, t^3\rangle$ is

(A) $3t+1$

(B) $12t^2+5$

(C) $36t^4+36t^2+4$

(D) $\frac{3}{9t^4+9t^2+1}$

27. What is the integrating factor (I.F.) for the differential equation :

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{(x+y\cos x)}{1+\sin x}\ ?$$

(A) $\frac{\cos x}{1+\sin x}$

(B) $1+\sin x$

(C) $\frac{\sin x}{1+\cos x}$

(D) $1-\sin x$

28. The complete solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2}+3\frac{dy}{dx}+2y=e^{e^x}$ is

(A) $C_1e^{-x}+C_2e^{-2x}+e^{-2x}e^{e^x}$

(B) $C_1e^{-2x}+C_2e^{-x}+e^x\cdot e^{x^2}$

(C) $C_1e^{-x}+C_2e^{2x}+(e^x-1)e^x$

(D) $C_1e^{-2x}+C_2e^{-x}+2e^{-x}+e^{e^x}$

29. In the equation $\frac{d^2y}{dx^2}+4y=0$, the complementary function represents what kind of motion?

(A) Constant velocity

(B) Exponential Decay

(C) Exponential Growth

(D) Simple Harmonic motion

22. यदि $m > 0$ और $n > 0$, तो

$\int_0^1 x^{n-1}\left(ln\frac{1}{x}\right)^{m-1} dx$ का मान है

(A) $\frac{m^n}{\lfloor n}$

(B) $\frac{\lfloor m}{n^m}$

(C) $n^m \lfloor m$

(D) $m^n \lfloor n$

23. समाकल $\int_0^{100} e^{x-[x]}dx$ का मान है

(A) e^{100}

(B) $100\,(e-1)$

(C) $99\,(1-e)$

(D) $1-e$

24. दो वृत्त $x^2+y^2+z^2+2ux+2vy+2wz+d=0$ तथा $x^2+y^2+z^2+2u'x+2v'y+2w'z+d'=0$ लंबकोणीय होगे यदि

(A) $uu'+vv'+ww'=0$

(B) $2uu'+2vv'+2ww'=d+d'$

(C) $\frac{u}{u'}=\frac{v}{v'}=\frac{w}{w'}=\frac{d}{d'}$

(D) $d=d'$

25. K के कौन से मान के लिए समतल $2x+y+3z = K$ दीर्घवृत्तज $x^2+2y^2+3z^2=1$ पर स्पर्श तल है?

(A) $K=\pm\sqrt{7.5}$

(B) $K=\pm\sqrt{11.5}$

(C) $K=\pm 3\sqrt{3}$

(D) $K=\pm 5\sqrt{3}$

26. वक्र $r(t)=\langle t, t^2, t^3\rangle$ का मरोड़ τ है

(A) $3t+1$

(B) $12t^2+5$

(C) $36t^4+36t^2+4$

(D) $\frac{3}{9t^4+9t^2+1}$

27. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}=-\frac{(x+y\cos x)}{1+\sin x}$ का समाकल गुणक (I.F.) क्या होगा?

(A) $\frac{\cos x}{1+\sin x}$

(B) $1+\sin x$

(C) $\frac{\sin x}{1+\cos x}$

(D) $1-\sin x$

28. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2}+3\frac{dy}{dx}+2y=e^{e^x}$ का पूर्ण हल है

(A) $C_1e^{-x}+C_2e^{-2x}+e^{-2x}e^{e^x}$

(B) $C_1e^{-2x}+C_2e^{-x}+e^x\cdot e^{x^2}$

(C) $C_1e^{-x}+C_2e^{2x}+(e^x-1)e^x$

(D) $C_1e^{-2x}+C_2e^{-x}+2e^{-x}+e^{e^x}$

29. समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2}+4y=0$ में पूरक फलन किस प्रकार की गति को प्रदर्शित करता है?

(A) अचर वेग

(B) घातीय क्षय

(C) घातीय वृद्धि

(D) सरल आवर्त गति

30. The particular integral for the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+2y=xe^x$ is

(A) $\frac{e^{3x}}{11}\left\{x^2-\frac{12}{11}x+\frac{50}{121}\right\}$

(B) $\frac{e^x}{4}\left\{(\sin x+\cos x)+e^{-x}\right\}$

(C) $-e^x\left\{\frac{x^2}{2}+x\right\}$

(D) $\frac{e^x}{2}\{x(x-1)\}$

31. If $\vec{A}=t^2\hat{i}-t\hat{j}+(2t+1)\hat{k}$ and $\vec{B}=(2t-3)\hat{i}+\hat{j}-t\hat{k}$, then the value of $\frac{d}{dt}(\vec{A}\times\vec{B})$ at $t=1$ is

(A) $2\hat{i}+3\hat{j}$

(B) $3\hat{i}+7\hat{j}$

(C) $7\hat{j}+3\hat{k}$

(D) $3\hat{j}+7\hat{k}$

32. The value of $\nabla\times\nabla f$, for any scalar function f is

(A) $0\hat{i}+0\hat{j}+0\hat{k}$

(B) $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$

(C) $3\hat{i}+3\hat{j}+3\hat{k}$

(D) 1

33. The value of $\iint_s \vec{r}\times d\vec{s}$ for any closed surface s is $\left(\text{assume } \vec{r}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}\right)$

(A) Zero vector

(B) Unity vector

(C) Infinite

(D) None of the above

34. If $\vec{r}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$ and $r=|\vec{r}|$ then $\text{div}(r\vec{r})$ is :

(A) $3r$

(B) $4r$

(C) $3r^2$

(D) $4r^2+r$

35. If $\vec{F}$ (x, y, z) = grad $(x^3+y^3+z^3-3xyz)$, then curl $\vec{F}$ is :

(A) $3x^2\hat{i}+3y^2\hat{j}+3z^2\hat{k}$

(B) $(x^2-yz)\hat{i}+(y^2-xz)\hat{j}+(z^2-xy)\hat{k}$
$+3(x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k})$

(C) $(y-z)\hat{i}+(z-x)\hat{k}+3xyz\hat{j}$

(D) $0\hat{i}+0\hat{j}+0\hat{k}$

36. The contraction of the Kronecker Delta δ^i_j in n-dimensional space yieds

(A) 0

(B) n^2

(C) 1

(D) n

30. अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+2y=xe^x$ का विशिष्ट समाकल है

(A) $\frac{e^{3x}}{11}\left\{x^2-\frac{12}{11}x+\frac{50}{121}\right\}$

(B) $\frac{e^x}{4}\left\{(\sin x+\cos x)+e^{-x}\right\}$

(C) $-e^x\left\{\frac{x^2}{2}+x\right\}$

(D) $\frac{e^x}{2}\{x(x-1)\}$

31. यदि $\vec{A}=t^2\hat{i}-t\hat{j}+(2t+1)\hat{k}$ तथा $\vec{B}=(2t-3)\hat{i}+\hat{j}-t\hat{k}$ हो तो $t = 1$ पर $\frac{d}{dt}\left(\vec{A}\times\vec{B}\right)$ का मान है

(A) $2\hat{i}+3\hat{j}$

(B) $3\hat{i}+7\hat{j}$

(C) $7\hat{j}+3\hat{k}$

(D) $3\hat{j}+7\hat{k}$

32. किसी अदिश फलन f के लिए $\nabla\times\nabla f$ का मान है

(A) $0\hat{i}+0\hat{j}+0\hat{k}$

(B) $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$

(C) $3\hat{i}+3\hat{j}+3\hat{k}$

(D) 1

33. किसी बंद सतह s के लिए $\iint_s \vec{r}\times d\vec{s}$ का मान है (जब कि $\vec{r}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$)

(A) शून्य सदिश

(B) इकाई सदिश

(C) अनंत

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

34. यदि $\vec{r}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$ तथा $r=|\vec{r}|$ हो, तो $\text{div}\left(r\vec{r}\right)$ है

(A) $3r$

(B) $4r$

(C) $3r^2$

(D) $4r^2+r$

35. यदि $\vec{F}(x, y, z) = \text{grad}\,(x^3+y^3+z^3-3xyz)$, तो curl $\vec{F}$ है

(A) $3x^2\hat{i}+3y^2\hat{j}+3z^2\hat{k}$

(B) $\left(x^2-yz\right)\hat{i}+\left(y^2-xz\right)\hat{j}+\left(z^2-xy\right)\hat{k}$
$+3\left(x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}\right)$

(C) $(y-z)\hat{i}+(z-x)\hat{k}+3xyz\hat{j}$

(D) $0\hat{i}+0\hat{j}+0\hat{k}$

36. क्रोनेकर डेल्टा δ^i_j के n-आयामी अंतरिक्ष में संकुचन से प्राप्त होता है

(A) 0

(B) n^2

(C) 1

(D) n

37. The total rank of tensor T^{ijk}_{lm} is equal to

(A) 6

(B) 3

(C) 5

(D) 1

38. What is the relation between the covariant and contravariant metric tensors?

(A) $g_{ij}\, g^{jk} = \delta^k_i$

(B) $g_{ij} = -g^{ij}$

(C) $g_{ij} = g^{ij}$

(D) $g_{ij}\, g^{ij} = 0$

39. Which of the relation between $\nabla_k (A^i B_i)$ and the individual derivatives holds true?

(A) $\nabla_k (A^i B_i) = B_i\, \nabla_k A^i + A^i \nabla_k B_i$

(B) $\nabla_k (A^i B_i) = \nabla_k A^i \cdot \nabla_k B_i$

(C) $\nabla_k (A^i B_i) = B_i\, \partial_k A^i$

(D) $\nabla_k (A^i B_i) = 0$

40. What is the work to be done to increase the velocity of a body from 2 meter/second to 5 meter/second, if the mass of the body is 2 kilogram?

(A) 27 Joule

(B) 25 Joule

(C) 21 Joule

(D) 9 Joule

41. Maximum static friction force on an inclined plane is independent of

(A) Mass of the object

(B) Area of contact

(C) Angle of inclination

(D) Nature of surface

42. The radius of curvature ρ at any point of a common catenary is

(A) $\rho = y$

(B) $\rho = a \sec^2 \psi$

(C) $\rho = a \cos \psi$

(D) $\rho = a$

43. A particle moves in a straight line and its velocity at a distance x from the origin is $K\sqrt{a^2 - x^2}$, where K and a are constants, then the motion of the particle is

(A) Non simple harmonic rectilinear motion

(B) Simple harmonic motion

(C) Rotational motion

(D) Uniform circular motion

44. The force required to keep an object in a circular path is called

(A) Gravitational force

(B) Centrifugal force

(C) Friction force

(D) Centripetal force

45. Particles are projected from the same point in a vertical plane with the velocity $\sqrt{(2k.g)}$, then the locus of the vertices of their paths is

(A) an ellipse

(B) a parabola

(C) a circle

(D) a straight line

37. टेंसर T^{ijk}_{lm} की कुल कोटि है

(A) 6

(B) 3

(C) 5

(D) 1

38. सहपरिवर्ती और प्रतिपरिवर्ती मीट्रिक टेंसर के बीच क्या संबंध है?

(A) $g_{ij}\, g^{jk} = \delta^k_i$

(B) $g_{ij} = -g^{ij}$

(C) $g_{ij} = g^{ij}$

(D) $g_{ij}\, g^{ij} = 0$

39. $\nabla_k (A^i B_i)$ और व्यक्तिगत व्युत्पन्न के बीच कौन सा संबंध सत्य है?

(A) $\nabla_k (A^i B_i) = B_i\, \nabla_k A^i + A^i\, \nabla_k B_i$

(B) $\nabla_k (A^i B_i) = \nabla_k A^i \cdot \nabla_k B_i$

(C) $\nabla_k (A^i B_i) = B_i\, \partial_k A^i$

(D) $\nabla_k (A^i B_i) = 0$

40. यदि किसी वस्तु का द्रव्यमान 2 किलोग्राम है, तो उसकी गति को 2 मीटर/सेकंड से बढ़ाकर 5 मीटर/सेकंड करने के लिए कितना कार्य करना होगा?

(A) 27 जूल

(B) 25 जूल

(C) 21 जूल

(D) 9 जूल

41. एक झुके हुए तल पर अधिकतम स्थैतिक घर्षण बल किसके स्वतंत्र होता है?

(A) वस्तु के द्रव्यमान के

(B) संपर्क सतह के क्षेत्रफल के

(C) झुकाव के कोण के

(D) सतह की प्रकृति के

42. किसी सामान्य कैटेनरी के किसी बिन्दु पर वक्रता त्रिज्या ρ है

(A) $\rho = y$

(B) $\rho = a \sec^2 \psi$

(C) $\rho = a \cos \psi$

(D) $\rho = a$

43. एक कण सीधी रेखा में गति करता है तथा मूल बिन्दु से x दूरी पर इसका वेग $K\sqrt{a^2 - x^2}$ है, जहां K और a अचर हैं, तो इस कण की गति है

(A) गैर सरल आवर्त सरल रेखीय गति

(B) सरल आवर्त गति

(C) घूर्णन गति

(D) एक समानवृत्तीय गति

44. किसी वस्तु को वृत्ताकार पथ पर बनाये रखने के लिए आवश्यक बल को क्या कहते है?

(A) गुरूत्वाकर्षण बल

(B) अपकेंद्र बल

(C) घर्षण बल

(D) अभिकेंद्र बल

45. कणों को एक ऊर्ध्वाधर समतल में एक ही बिन्दु से $\sqrt{(2k.g)}$ के वेग के साथ प्रक्षेपित किया जाये, तो उनके पथों के शीर्षों का बिन्दुपथ है

(A) एक दीर्घवृत्त

(B) एक परवलय

(C) एक वृत्त

(D) एक सीधी रेखा

46. Two planets orbit the sun in circular orbits, with their radius of orbit as $R_1 = R$ and $R_2 = 4R$, then the ratio of their periods (T_1/T_2) around the sun will be
(A) 1/16
(B) 1/8
(C) 1/4
(D) 1/2

47. What happens to the acceleration of an object falling through a resistive medium as its speed approaches terminal velocity?
(A) It becomes constant and non-zero
(B) It approaches to infinity
(C) It approaches to zero
(D) It approaches to gravitational constant $(g = 9.81 m/s^2)$

48. If a curved surface is a circular arc, where does the resultant hydrostatic force always pass through?
(A) The free surface of the liquid
(B) The centroid of the curved area
(C) The midpoint of the vertical projection
(D) The center of curvature of the arc

49. How many degrees of freedom does a free rigid body have in three dimensional space?
(A) 12
(B) 6
(C) 4
(D) 3

50. Which law states that the rate of increase of pressure in vertically downward direction is equal to the specific weight of the fluid?
(A) Pascal's Law
(B) Bernoulli's Law
(C) Le Chatelier's Law
(D) Hydrostatic Law

51. The number of generators in cyclic group of order 10 are
(A) 4
(B) 3
(C) 2
(D) 1

52. Let G be a group. If every element G satisfies $x^2 = e$. What can we say about the normality of its subgroups?
(A) No subgroups can be normal
(B) Only the center is normal
(C) Normality depends on the order of the group
(D) Every subgroup is normal

53. Let $\mathbb{Z}$ be the group of all integers under addition. Also, let $G = \{2^n : n \in \mathbb{Z}\}$ be a group under multiplication. Define a map, $f: \mathbb{Z} \to G$ by $f(n) = 2^n$, $\forall\, n \in \mathbb{Z}$, then
(A) Ker $f = \{2^n : n \in \mathbb{Z}\}$
(B) f is a homomorphism
(C) f is not an isomorphism
(D) None of the above

54. If the permutation C = (1 2 3 4 5 6 7), then C^3 is :
(A) (1 3 5 7 2 4)
(B) (1 4 7 3 6 2 5)
(C) (1 7 4 6 3 2 5)
(D) (1 2 3 4 5 6 7)

55. The number of prime ideals of $\mathbb{Z}_{10}5$ is :
(A) 2
(B) 5
(C) 10
(D) 100

46. दो ग्रह सूर्य की वृत्ताकार कक्षाओं में परिक्रमा करते हैं, जिनकी कक्षा त्रिज्याएँ $R_1 = R$ और $R_2 = 4R$ हैं, तो सूर्य के चारों ओर उनके आवर्तकाल (T_1/T_2) का अनुपात है

(A) 1/16
(B) 1/8
(C) 1/4
(D) 1/2

47. किसी प्रतिरोधक माध्यम से गिर रही वस्तु जब सीमांत वेग कि तरफ अग्रसित होती है तो उस वस्तु के त्वरण का क्या होता है?

(A) यह अचर और अशून्य हो जाता है
(B) यह अनंत की ओर अग्रसर होता है
(C) यह शून्य के करीब पहुंचता है
(D) यह गुरुत्वाकर्षण स्थिरांक $(g = 9.81 \text{मी./से}^2)$ के निकट पहुंचता है

48. यदि एक वक्रित सतह एक वृत्ताकार क्षेत्र है, तो परिणामी जल स्थैतिक बल हमेशा गुजरता है

(A) द्रव की मुक्त सतह से
(B) वक्र क्षेत्र के केन्द्रक से
(C) ऊर्ध्वाधर प्रक्षेपण के मध्यबिंदु से
(D) चाप के वक्रता केन्द्र से

49. त्रि–आयमी अंतरिक्ष में एक मुक्त कठोर पिंड में स्वतंत्रता की कितनी कोटि होती है?

(A) 12
(B) 6
(C) 4
(D) 3

50. कौन सा नियम यह बताता है कि ऊर्ध्वाधर नीचे की दिशा में दाब में वृद्धि की दर द्रव के विशिष्ट भार के बराबर होती है?

(A) पास्कल का नियम
(B) बर्नौली का नियम
(C) ले चैटेलियर का नियम
(D) जलस्थैतिक का नियम

51. कोटि 10 के एक चक्रीय ग्रुप में जनकों की संख्या है

(A) 4
(B) 3
(C) 2
(D) 1

52. मान लीजिए G एक ग्रुप है। यदि प्रत्येक अवयव $x \in G$, $x^2 = e$ को संतुष्ट करता है, तो इसके उपग्रुप की प्रसामन्यता के बारे में हम क्या कह सकते हैं?

(A) कोई भी उपग्रुप प्रसामान्य नहीं हो सकता
(B) केवल केंद्र प्रसामान्य है
(C) प्रसामान्यता ग्रुप की कोटि पर निर्भर करती है
(D) प्रत्येक उपग्रुप प्रसामान्य होता है

53. मान लीजिए $\mathbb{Z}$ योग के अंतर्गत सभी पूर्णांकों का ग्रुप है। साथ ही, मान लीजिए $G = \{2^n : n \in \mathbb{Z}\}$ गुणन के अंतर्गत एक ग्रुप हो। एक प्रतिचित्रण $f: \mathbb{Z} \to G$ को $f(n) = 2^n, \forall\, n \in \mathbb{Z}$ द्वारा परिभाषित करें, तो

(A) $\text{Ker}\, f = \{2^n : n \in \mathbb{Z}\}$
(B) f एक समाकारिता है
(C) f एक तुल्याकारिता नहीं है
(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

54. यदि क्रमचय $C = (1\,2\,3\,4\,5\,6\,7)$ हो, तो C^3 है

(A) (1 3 5 7 2 4)
(B) (1 4 7 3 6 2 5)
(C) (1 7 4 6 3 2 5)
(D) (1 2 3 4 5 6 7)

55. $\mathbb{Z}_{10}5$ के अभाज्य आदर्शों की संख्या है

(A) 2
(B) 5
(C) 10
(D) 100

56. In the field extension $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$, the inverse of the element $1+\sqrt{2}$ is

(A) $-1+\sqrt{2}$

(B) $3-\sqrt{2}$

(C) $1-\sqrt{2}$

(D) $\sqrt{3}-1$

57. A metric space X satisfies Bolzano Weierstrass property, then

(A) X is not compact

(B) X is not sequentially compact

(C) Every infinite sequence $\langle x_n \rangle$ in X has atleast one cluster point in X

(D) Atleast one infinite sequence $\langle x_n \rangle$ in X has no cluster point in X

58. Which theorem uses the completeness of a metric space to prove the existence of a unique fixed point for contraction mappings?

(A) The Heine-Borel theorem

(B) The Bolzano-Weierstrass theorem

(C) The Baire category theorem

(D) The Banach Fixed Point theorem

59. Which of the following functions is uniformly continuous on the interval (0, 1)?

(A) $f(x) = e^{1/x}$

(B) $f(x) = \sqrt{x}$

(C) $f(x) = \sin(1/x)$

(D) All of the above

60. Which of the following subsets of $\mathbb{R}^2$ is compact?

(A) The set $\{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\}$

(B) The set $\{(x, y) : y = x^2\}$

(C) The set $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$

(D) The set $\{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0\}$

61. The improper integral $\int_0^\infty e^{-ax} \cos px \, dx$, $a > 0$ and p is constant, then its value is

(A) not convergent

(B) oscillating between $-\infty$ to ∞

(C) convergent and is equal to $\frac{a}{a^2 + p^2}$

(D) not bounded above

62. The value of $\int_\pi^{2\pi} \int_0^\pi (\sin x + \cos y) \, dxdy$ is :

(A) π

(B) 2π

(C) 1

(D) 0

63. If $u = \sin^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right)$, then $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y}$ is equal to

(A) $2 \sin u$

(B) $\cos u$

(C) $2 \cot u$

(D) $\tan u$

64. If $f(x, y) = x^2 + 4y^2 + 9$ is a function of two variables x and y, then

(A) It has absolute minimum as 9 at (0, 0)

(B) It has absolute maximum as 9 at (0, 0)

(C) Absolute minimum does not exist

(D) It has no extremum value

56. $\mathbb{Q}\left(\sqrt{2}\right)$ के क्षेत्र विस्तार में, अवयव $1+\sqrt{2}$ का प्रतिलोम है

(A) $-1+\sqrt{2}$

(B) $3-\sqrt{2}$

(C) $1-\sqrt{2}$

(D) $\sqrt{3}-1$

57. एक दूरीक समष्टि X बोल जानो–वायस्ट्रॉस गुणधर्म को संतुष्ट करती है, तो

(A) X संहत नहीं है

(B) X अनुक्रमिकतः संहत नहीं है

(C) X में प्रत्येक अनंत अनुक्रम $\langle x_n \rangle$ का X में कम से कम एक गुच्छ बिंदु होता है

(D) X में कम से कम एक अनंत अनुक्रम $\langle x_n \rangle$ का कोई गुच्छ बिंदु X में नहीं है

58. वह कौन सा प्रमेय है जो संकुचन मानचित्रण के लिए एक अद्वितीय स्थिर बिंदु के अस्तित्व को सिद्ध करने के लिए एक दूरीक समष्टि की पूर्णता का उपयोग करता है?

(A) हेन – बोरेल प्रमेय

(B) बोल्ज़ानों – वेइरस्ट्राम प्रमेय

(C) बेयर कैटेगरी प्रमेय

(D) बनाच स्थिर बिंदु प्रमेय

59. निम्नलिखित में से कौन सा फलन अंतराल (0, 1) पर समान रूप से सतत है?

(A) $f(x) = e^{1/x}$

(B) $f(x)=\sqrt{x}$

(C) $f(x)=\sin(1/x)$

(D) उपरोक्त सभी

60. निम्नलिखित में से $\mathbb{R}^2$ का कौन सा उपसमुच्चय संहत है?

(A) समुच्चय $\{(x, y) : x^2 + y^2 < 1\}$

(B) समुच्चय $\{(x, y) : y = x^2\}$

(C) समुच्चय $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$

(D) समुच्चय $\{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0\}$

61. अनुचित समाकल $\int_0^\infty e^{-ax} \cos px\, dx$, $a > 0$ तथा p अचर हो, तो इसका मान

(A) अभिसारी नहीं है

(B) $-\infty$ से ∞ के मध्य दोलनी है

(C) अभिसारी तथा $\frac{a}{a^2 + p^2}$ के बराबर है

(D) ऊपर से अपरिबद्ध है

62. $\int_\pi^{2\pi} \int_0^\pi (\sin x + \cos y)\, dxdy$ का मान है

(A) π

(B) 2π

(C) 1

(D) 0

63. यदि $u = \sin^{-1}\left(\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right)$ हो, तो $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y}$ का मान बराबर है

(A) $2 \sin u$

(B) $\cos u$

(C) $2 \cot u$

(D) $\tan u$

64. यदि $f(x, y) = x^2 + 4y^2 + 9$ एक द्विचर फलन हो, तो

(A) (0, 0) पर इसका परम न्यूनतम मान 9 है

(B) (0, 0) पर इसका परम अधिकतम मान 9 है

(C) परम न्यूनतम मान का अस्तित्व नहीं है

(D) इसका कोई चरम मान नहीं है

65. The series $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\cdots\infty$ is

(A) Convergent if $x=-1$

(B) Convergent if $x\neq 1$ and $x>1$

(C) Convergent if $-1<x\leq 1$

(D) Convergent if $-1\leq x<1$

66. Able's Test for uniform convergence is typically used when a series is of the form $\sum a_n(x)b_n(x)$. Which of the following condition is a part of this test?

(A) Both $a_n(x)$ and $b_n(x)$ must be periodic

(B) Atleast one of the series $\Sigma\, a_n(x)$ or $\Sigma\, b_n(x)$ must be divergent

(C) $\Sigma\, a_n(x)$ converges uniformly and $b_n(x)$ is monotonic and uniformly bounded

(D) Both $a_n(x)$ and $b_n(x)$ must be polynomials

67. If $u(x, y)$ is a harmonic function in a simply connected domain D, which of the following is always true?

(A) $u(x, y) = u(x, -y)$

(B) The gradient of u is zero every where

(C) $u(x, y)$ must be a polynomial

(D) It is the real part of some analytic function $f(z)$.

68. The value of integral $\oint_C \frac{e^z}{z^3+8}dz$, where C is the circle $|z| = 1$, is

(A) 1

(B) $4\pi i$

(C) 0

(D) $\frac{2}{19}\pi i$

69. Which of the following is not true?

(A) The function $f(z)=\frac{1}{z(z-1)}$ has a pole at $z=0$

(B) The function $f(z)=\frac{\sin z}{z}$ has a removable singularity at $z=0$.

(C) The function $f(z)=\frac{\sin z}{z^n}, n\geq 2$ is a natural number, has a pole of order n.

(D) The function $f(z) = z^{n-1}$ has a zero of order $(n-1)$

70. What is the residue at $z=0$ for the function $f(z) = z^3\cos(1/z)$?

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) 0

(C) $\frac{1}{24}$

(D) 1

71. Which of the following is the partial differential equation of all spheres of radius r, having centre in the xy-plane?

(A) $z^2 = px + qy + p^2q^2r^2$, where $p=\frac{\partial z}{\partial x}; q=\frac{\partial z}{\partial y}$

(B) $4z = p^2 + q^2 + r^2$, where $p=\frac{\partial z}{\partial x}; q=\frac{\partial z}{\partial y}$

(C) $z^2 = (p^2 + q^2)\, r^2$, where $p=\frac{\partial z}{\partial x}; q=\frac{\partial z}{\partial y}$

(D) $z^2\,(p^2 + q^2 + 1) = r^2$, where $p=\frac{\partial z}{\partial x}; q=\frac{\partial z}{\partial y}$

65. श्रेणी $x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\cdots\infty$ है

(A) अभिसारी यदि $x=-1$

(B) अभिसारी यदि $x \neq 1$ तथा $x>1$

(C) अभिसारी यदि $-1<x\leq 1$

(D) अभिसारी यदि $-1\leq x<1$

66. एक समान अभिसरण के लिए एबेल का परीक्षण आमतौर पर तब उपयोग किया जाता है जब कि एक श्रेणी $\sum a_n(x)b_n(x)$ के रूप में होती है। निम्नलिखित में से कौन सी शर्त इस परीक्षण का एक भाग है?

(A) $a_n(x)$ तथा $b_n(x)$ दोनों आवश्यक रूप से आवर्ती हो

(B) कम से कम एक श्रेणी $\Sigma\, a_n(x)$ अथवा $\Sigma\, b_n(x)$ आवश्यक रूप से अपसारी हो

(C) $\Sigma\, a_n(x)$ एक समान रूप से अभिसरित होती है और $b_n(x)$ एकदिष्ट तथा एकसमान रूप से परिबद्ध हो

(D) $a_n(x)$ तथा $b_n(x)$ दोनो आवश्यक रूप से बहुपद हो

67. यदि $u(x, y)$ एक सरल संबद्ध प्रांत D में एक हारमोनिक फलन है, तो निम्नलिखित में कौन सा कथन हमेशा सत्य होगा?

(A) $u(x, y) = u(x, -y)$

(B) u की प्रवणता हर जगह शून्य है

(C) $u(x, y)$ एक बहुपद होगा

(D) यह किसी विश्लेषिक फलन $f(z)$ का वास्तविक भाग है

68. समाकल $\oint_C \frac{e^z}{z^3+8}dz$ का मान, जहाँ C एक वृत्त $|z|=1$ हो, है

(A) 1

(B) $4\pi i$

(C) 0

(D) $\frac{2}{19}\pi i$

69. निम्नलिखित में से कौन सा सत्य नहीं है?

(A) फलन $f(z)=\frac{1}{z(z-1)}$ का $z=0$ पर एक ध्रुव है

(B) फलन $f(z)=\frac{\sin z}{z}$ की $z=0$ पर निवारणीय विचित्रता है

(C) फलन $f(z)=\frac{\sin z}{z^n}, n\geq 2$ एक प्राकृत संख्या हो, का n कोटि का एक ध्रुव है

(D) फलन $f(z)=z^{n-1}$ का $(n-1)$ कोटि का एक शून्य है

70. फलन $f(z)=z^3\cos(1/z)$ का $z=0$ पर अवशेष क्या है

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) 0

(C) $\frac{1}{24}$

(D) 1

71. उन सभी गोलों का आंशिक अवकल समीकरण क्या है, जिनकी त्रिज्या r है और जिनका केंद्र xy-तल में स्थित हैं?

(A) $z^2=px+qy+p^2q^2r^2$, जहाँ $p=\frac{\partial z}{\partial x}; q=\frac{\partial z}{\partial y}$ हो

(B) $4z=p^2+q^2+r^2$, जहाँ $p=\frac{\partial z}{\partial x}, q=\frac{\partial z}{\partial y}$ हो

(C) $z^2=(p^2+q^2)r^2$, जहाँ $p=\frac{\partial z}{\partial x}, q=\frac{\partial z}{\partial y}$ हो

(D) $z^2(p^2+q^2+1)=r^2$, जहाँ $p=\frac{\partial z}{\partial x}; q=\frac{\partial z}{\partial y}$ हो

72. If $p=\frac{\partial z}{\partial x}$ and $q=\frac{\partial z}{\partial y}$, then the complete integral of the partial differential equation $p^2+q^2=x+y$ is

(A) $z=\frac{2}{3}\left(a^2+x^2\right)^{3/2}+\frac{2}{3}\left(y^2-a^2\right)^{3/2}+b$, where a and b are arbitrary constants

(B) $z=\frac{2}{3}(a+x)^{3/2}+\frac{2}{3}(y-a)^{3/2}+b$, where a and b are arbitrary constants

(C) $z=\left(a^2+x^2\right)^{1/2}+\left(y^2-a^2\right)^{1/2}+b$, where a and b are arbitrary constants

(D) $z=\frac{2}{3}(a-x)^{3/2}+\frac{2}{3}(y-b)^{3/2}$, where a and b are arbitrary constants

73. For the non-linear partial differential equation $pq = z$, where $p=\frac{\partial z}{\partial x}$ and $q=\frac{\partial z}{\partial y}$, which of the following relationship is obtained from Charpit's equations?

(A) $p+q=a$

(B) $\frac{dp}{p}=\frac{dq}{q}$

(C) $p=x+a$

(D) $q=z^2$

74. If $D\equiv\frac{\partial}{\partial x}$ and $D'\equiv\frac{\partial}{\partial y}$, then what is the particular integral of the differential equation $(D^2+4DD'-5D'^2)z=\sin(2x+3y)$?

(A) $\frac{1}{17}\sin(2x+3y)$

(B) $\frac{1}{13}\sin(2x+3y)$

(C) $\frac{1}{17}\cos(2x+3y)$

(D) $\frac{1}{13}\cos(2x+3y)$

75. What is the moment of inertia of a solid cylinder of mass M and radius R about a diameter passing through its center of mass? (It is given that the length of the cylinder is L)

(A) $\frac{1}{4}MR^2+\frac{1}{12}ML^2$

(B) $\frac{1}{2}MR^2$

(C) $\frac{1}{12}ML^2$

(D) MR^2+ML^2

76. For a rigid body undergoing pure rotation about a fixed axis, how many independent generalized coordinates are required to specify its configuration?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 6

72. यदि $p=\frac{\partial z}{\partial x}$ तथा $q=\frac{\partial z}{\partial y}$ हो, आंशिक अवकल समीकरण $p^2+q^2=x+y$ का 'पूर्ण समाकल' है

(A) $z=\frac{2}{3}\left(a^2+x^2\right)^{3/2}+\frac{2}{3}\left(y^2-a^2\right)^{3/2}+b,$ जहाँ a तथा b स्वेच्छ अचर हैं

(B) $z=\frac{2}{3}(a+x)^{3/2}+\frac{2}{3}(y-a)^{3/2}+b,$ जहाँ a तथा b स्वेच्छ अचर हैं

(C) $z=\left(a^2+x^2\right)^{1/2}+\left(y^2-a^2\right)^{1/2}+b,$ जहाँ a तथा b स्वेच्छ अचर हैं

(D) $z=\frac{2}{3}(a-x)^{3/2}+\frac{2}{3}(y-b)^{3/2},$ जहाँ a तथा b स्वेच्छ अचर हैं

73. अरैखिक आंशिक अवकल समीकरण $pq = z,$ जहाँ $p=\frac{\partial z}{\partial x}$ तथा $q=\frac{\partial z}{\partial y}$ हो, के लिए निम्नलिखित में से कौन सा संबंध चार्पिट के समीकरणों से प्राप्त होता है?

(A) $p + q^2 = a$

(B) $\frac{dp}{p}=\frac{dq}{q}$

(C) $p = x + a$

(D) $q = z^2$

74. यदि $D\equiv\frac{\partial}{\partial x}$ तथा $D'\equiv\frac{\partial}{\partial y}$ हो, तो अवकल समीकरण $(D^2 + 4DD' - 5 D'^2)z = \sin(2x + 3y)$ का विशिष्ट समाकल क्या है?

(A) $\frac{1}{17}\sin(2x+3y)$

(B) $\frac{1}{13}\sin(2x+3y)$

(C) $\frac{1}{17}\cos(2x+3y)$

(D) $\frac{1}{13}\cos(2x+3y)$

75. द्रव्यमान M और त्रिज्या R वाले एक ठोस बेलन का उसके द्रव्यमान केन्द्र से गुजरने वाले व्यास के परितः जड़त्व आघूर्ण क्या है? (यह दिया गया है कि बेलन की लंबाई L है)

(A) $\frac{1}{4}MR^2+\frac{1}{12}ML^2$

(B) $\frac{1}{2}MR^2$

(C) $\frac{1}{12}ML^2$

(D) $MR^2 + ML^2$

76. एक स्थिर अक्ष के परितः शुद्ध घूर्णन कर रहे दृढ़ पिंड के विन्यास को निर्दिष्ट करने के लिए कितने स्वतंत्र व्यापक निर्देशांको की आवश्यकता होती है?

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 6

77. If a pipe diameter increases by 25%, by what percentage does the velocity change for an incompressible fluid?

(A) It decreases by approximately 31%

(B) It increases by 44%

(C) It decreases by 36%

(D) It decreases by 44%

78. The equation $f(x) = x^5 - 6x^2 - 4x + 5 = 0$ has

(A) no more than 2 positive roots

(B) no more than 1 positive roots

(C) no less than 2 negative roots

(D) no less than 3 positive roots

79. If $f(x) = x^3 + 5x - 7$, then from the table of Newton's backward differences for $x = -1$, 0, 1, 2, 3, 4, 5 and 6, the value of $\nabla^5 f(x)$ at $x = 5$ is

(A) 148

(B) 66

(C) 6

(D) 0

80. Consider the interpolation data given below

x:	1	1/2	3
y:	3	−10	2

, then the interpolation polynomial corresponding to the data is

(A) $P(x) = -\frac{53}{5}x^2 + \frac{419}{10}x - \frac{283}{10}$

(B) $P(x) = 25x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{2}{7}$

(C) $P(x) = x^2 + 1$

(D) None of the above

81. Which of the following is the correct iterative scheme based on Newton Raphson method for finding p^{th} root of a number N

(A) $x_{n+1} = \left[(p-1)x_n - \frac{N}{x_n^{p-1}}\right]$

(B) $x_{n+1} = \frac{1}{p}\left[(p-1)x_n + \frac{N}{x_n^{p-1}}\right]$

(C) $x_{n+1} = \frac{1}{p}\left[x_n - \frac{N}{p\,x_n^{p-1}}\right]$

(D) $x_{n+1} = \frac{1}{N}\left[x_n - \frac{(x^p - N)}{p \cdot x_n^{p-1}}\right]$

82. Milne's method is a popular predictor corrector method. The order of its global truncation error is

(A) $O(h)$

(B) $O(h^2)$

(C) $O(h^3)$

(D) $O(h^4)$

83. By the application of Simpson's one third rule for numerical integration, with two subintervals, the value of integral $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ is

(A) $\frac{17}{24}$

(B) $\frac{17}{36}$

(C) $\frac{25}{36}$

(D) $\frac{17}{25}$

77. यदि एक असंपीड़ित द्रव के लिए पाइप का व्यास 25% बढ़ जाता है, तो उसके वेग में कितने प्रतिशत का परिवर्तन होगा?

(A) इसमें लगभग 31% की कमी होती है

(B) इसमें 44% की वृद्धि होती है

(C) इसमें 36% की कमी होती है

(D) इसमें 44% की कमी होती है

78. समीकरण $f(x) = x^5 - 6x^2 - 4x + 5 = 0$ के पास

(A) 2 से अधिक धनात्मक मूल नहीं हैं

(B) 1 से अधिक धनात्मक मूल नहीं है

(C) कम से कम 2 ऋणात्मक मूल हैं

(D) कम से कम 3 धनात्मक मूल हैं

79. यदि $f(x) = x^3 + 5x - 7$ है, तो $x = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ और 6 के लिए न्यूटन की पश्चगामी अंतरों की तालिका से $x = 5$ पर $\nabla^5 f(x)$ का मान है

(A) 143

(B) 66

(C) 6

(D) 0

80. नीचे दिए गये अंतर्वेशन डाटा के संगत बहुपद इस प्रकार है :

x :	1	1/2	3
y :	3	−10	2

(A) $P(x) = -\frac{53}{5}x^2 + \frac{419}{10}x - \frac{283}{10}$

(B) $P(x) = 25x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{2}{7}$

(C) $P(x) = x^2 + 1$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

81. किसी संख्या N का p–वां मूल ज्ञात करने के लिए न्यूटन – राफसन विधि पर आधारित निम्नलिखित में से कौन सी पुनरावृत्ति योजना सही है?

(A) $x_{n+1} = \left[(p-1)x_n - \frac{N}{x_n^{p-1}}\right]$

(B) $x_{n+1} = \frac{1}{p}\left[(p-1)x_n + \frac{N}{x_n^{p-1}}\right]$

(C) $x_{n+1} = \frac{1}{p}\left[x_n - \frac{N}{p\,x_n^{p-1}}\right]$

(D) $x_{n+1} = \frac{1}{N}\left[x_n - \frac{(x^p - N)}{p \cdot x_n^{p-1}}\right]$

82. मिलिन की विधि एक लोकप्रिय पूर्वानुमानक संशोधक विधि है। इसकी वैश्विक कर्तन त्रुटि की कोटि है

(A) $O(h)$

(B) $O(h^2)$

(C) $O(h^3)$

(D) $O(h^4)$

83. संख्यात्मक समाकलन के लिए सिम्पसन के एक–तिहाई नियम का उपयोग करते हुए, दो उप–अन्तरालों के साथ समाकल $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ का मान है

(A) $\frac{17}{24}$

(B) $\frac{17}{36}$

(C) $\frac{25}{36}$

(D) $\frac{17}{25}$

84. Which statistical moment is used to calculate the skewness of a distribution?

(A) First raw moment

(B) Second central moment

(C) Third central moment

(D) Fourth central moment

85. If $x = 4y + 4$ and $y = kx + 9$ are the lines of regression of x on y and y on x respectively, then the value of k for which the coefficient of correlation r is $\frac{1}{2}$, is

(A) $\frac{1}{8}$

(B) $-\frac{1}{8}$

(C) $\frac{1}{16}$

(D) $-\frac{1}{16}$

86. Which of the following correctly represents the partial correlation between variable 1 and 2, controlling for 3?

(A) $r_{12.3} = \frac{r_{12}}{r_{13}\, r_{23}}$

(B) $r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13}\, r_{23}}{\sqrt{\left(1 - r_{13}^2\right)\left(1 - r_{23}^2\right)}}$

(C) $r_{12.3} = \frac{r_{12}^2 - \left(r_{13}^2 . r_{23}^2\right)}{\sqrt{\left(1 - r_{13}^2\right)\left(1 - r_{23}^2\right)}}$

(D) $r_{12.3} = \frac{r_{13} . r_{23}}{\sqrt{\left(1 - r_{12}^2\right)}}$

87. In a certain town 40% people have brown hair, 25% have brown eyes and 15% have both brown hair and brown eyes. A person is selected at random from the town, if he has brown eyes, then the probability that he does not have brown hair is

(A) $\frac{3}{8}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{5}{8}$

(D) $\frac{2}{5}$

88. If X is a Poisson random variable with $P(X = 1) = 2P(X = 3)$, then what is the expected value of X?

(A) 3

(B) $\sqrt{3}$

(C) $\sqrt{6}$

(D) $2\sqrt{3}$

89. Suppose a discrete random variable X can take the values $x = 1, 2, 3, 4$ and the probability mass function is defined as : $P(X = x) = \frac{K}{x}$, then the value of K that makes this a valid distribution is

(A) $\frac{1}{14}$

(B) $\frac{7}{25}$

(C) $\frac{5}{27}$

(D) $\frac{12}{25}$

84. किसी वितरण की विषमता की गणना करने के लिए कौन से सांख्यिकीय आघूर्ण का उपयोग किया जाता है?

(A) प्रथम कच्चा आघूर्ण

(B) द्वितीय केंद्रीय आघूर्ण

(C) तृतीय केंद्रीय आघूर्ण

(D) चतुर्थ केंद्रीय आघूर्ण

85. यदि $x = 4y + 4$ और $y = kx + 9$ क्रमशः x की y पर और y की x पर समाश्रयण रेखाएं (line of regression) है; तो k का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए सहसंबंध गुणांक $\frac{1}{2}$ हो।

(A) $\frac{1}{8}$

(B) $-\frac{1}{8}$

(C) $\frac{1}{16}$

(D) $-\frac{1}{16}$

86. निम्नलिखित में से कौन सा विकल्प चर 1 और 2 के बीच के आंशिक सहसंबंध को सही ढंग से दर्शाता है, जबकि चर 3 को नियंत्रित किया गया हो?

(A) $r_{12.3} = \frac{r_{12}}{r_{13}\, r_{23}}$

(B) $r_{12.3} = \frac{r_{12} - r_{13}\, r_{23}}{\sqrt{\left(1-r_{13}^2\right)\left(1-r_{23}^2\right)}}$

(C) $r_{12.3} = \frac{r_{12}^2 - \left(r_{13}^2 . r_{23}^2\right)}{\sqrt{\left(1-r_{13}^2\right)\left(1-r_{23}^2\right)}}$

(D) $r_{12.3} = \frac{r_{13} . r_{23}}{\sqrt{\left(1-r_{12}^2\right)}}$

87. एक शहर में 40% लोगों के बाल भूरे हैं 25% लोगों की आँखे भूरी है और 15% लोगों के बाल और आँखें दोनों ही भूरे हैं। शहर में से एक व्यक्ति को यादृच्छिक रूप से चुना जाता है। यदि उस व्यक्ति की आँखें भूरी हैं, तो उसके बाल भूरे न होने की प्रायिकता क्या है?

(A) $\frac{3}{8}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{5}{8}$

(D) $\frac{2}{5}$

88. यदि X एक पॉइसन यादृच्छिक चर है जिसके लिए $P(X = 1) = 2P(X = 3)$ हो, तो X का अपेक्षित मान क्या होगा?

(A) 3

(B) $\sqrt{3}$

(C) $\sqrt{6}$

(D) $2\sqrt{3}$

89. मान लीजिए कि एक विविक्त यादृच्छिक चर X के मान $x = 1, 2, 3, 4$ हो सकते है और इसका प्रायिकता द्रव्यमान फलन : $P(X = x) = \frac{K}{x}$ के रूप में परिभाषित है, तो K का वह मान जो इसे एक वैध वितरण बनाता हो, होगा

(A) $\frac{1}{14}$

(B) $\frac{7}{25}$

(C) $\frac{5}{27}$

(D) $\frac{12}{25}$

90. If the joint density is $f(x, y) = x + y$ for $0 \leq x, y \leq 1$, what is the conditional expectation $E[X|Y = y]$?

(A) $\frac{5y+2}{3y+1}$

(B) $y + \frac{1}{2}$

(C) $\frac{3y+2}{6y+3}$

(D) $\frac{4y+3}{3y+2}$

91. If the probability density function of random variable X is given as :

$$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & x > 0 \\ 0, & elsewhere, \end{cases}$$

then the cumulative distribution function of X is :

(A) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - e^{-3x}, & x > 0 \end{cases}$

(B) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \geq 0 \\ 1 - e^{-3x}, & x < 0 \end{cases}$

(C) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 + e^{-3x}, & x > 0 \end{cases}$

(D) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - 3e^{-3x}, & x > 0 \end{cases}$

92. According to central limit theorem, if the sample size is large enough, the distribution of the sample mean $\bar{X}$ is $N(\mu, \sigma^2/n)$. What is the distribution of standardized variable

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} ?$$

(A) Standard Normal Distribution N(0, 1)

(B) Normal Distribution N(μ, 1)

(C) Normal Distribution $N(0, \sigma^2)$

(D) A new distribution which depends on the shape of the original population

93. Suppose that, the variables $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$ satisfy the constraints $x_1 + x_2 \geq 3$ and $x_1 + 2x_2 \geq 4$. Then, which of the following is true?

(A) The maximum value of $5x_1 + 7x_2$ is 231 and it does not have any finite minimum

(B) The minimum value of $5x_1 + 7x_2$ is 17 and it does not have any finite maximum

(C) The maximum value of $5x_1 + 7x_2$ is 231 and its minimum value is 17

(D) $5x_1 + 7x_2$ neither has a finite maximum nor a finite minimum

94. A set is formed by the intersection of convex sets. Is the resulting intersection is also convex set?

(A) Only if the sets are circles

(B) Only if the inter section is not empty set

(C) Always

(D) Never

90. यदि संयुक्त घनत्व फलन $f(x, y) = x + y$, जहाँ $0 \leq x, y \leq 1$ है, तो सप्रतिबंध प्रत्याशा $E[X|Y = y]$ का मान क्या होगा?

(A) $\frac{5y+2}{3y+7}$

(B) $y + \frac{1}{2}$

(C) $\frac{3y+2}{6y+3}$

(D) $\frac{4y+3}{3y+2}$

91. यदि एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता घनत्व फलन :

$f(x) = \begin{cases} 3e^{-3x}, & x > 0 \\ 0, & \text{अन्यत्र} \end{cases}$, के रूप में दिया गया है, तो

X का संचयी वितरण फलन है

(A) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - e^{-3x}, & x > 0 \end{cases}$

(B) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \geq 0 \\ 1 - e^{-3x}, & x < 0 \end{cases}$

(C) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 + e^{-3x}, & x > 0 \end{cases}$

(D) $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - 3e^{-3x}, & x > 0 \end{cases}$

92. केन्द्रीय सीमा प्रमेय के अनुसार, यदि नमूने का आकार पर्याप्त बड़ा हो, तो नमूना माध्य $\bar{X}$ का वितरण प्रसामान्य वितरण $N(\mu, \sigma^2/n)$ होता है। तो मानक प्रसामान्य चर $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$ का वितरण क्या होगा?

(A) मानक प्रसामान्य वितरण N(0, 1)

(B) प्रसामान्य वितरण $N(\mu, 1)$

(C) प्रसामान्य वितरण $N(0, \sigma^2)$

(D) एक नया वितरण जो मूल जन संख्या के आकार पर निर्भर करता है।

93. मान लीजिए कि चर $x_1 \geq 0$ और $x_2 \geq 0$ हैं, जो कि प्रतिबंध $x_1 + x_2 \geq 3$ तथा $x_1 + 2x_2 \geq 4$ को संतुष्ट करते हैं। तो निम्नलिखित में से कौन सा कथन सत्य है?

(A) $5x_1 + 7x_2$ का अधिकतम मान 231 है और इसका कोई परिमित न्यूनतम मान नहीं है

(B) $5x_1 + 7x_2$ का न्यूनतम मान 17 है और इसका कोई परिमित अधिकतम मान नहीं है

(C) $5x_1 + 7x_2$ का अधिकतम मान 231 और इसका न्यूनतम मान 17 हैं

(D) $5x_1 + 7x_2$ का न तो कोई परिमित अधिकतम मान है और न ही कोई परिमित न्यूनतम मान है

94. एक समुच्चय है जो कि उत्तल समुच्चयों के प्रतिच्छेदन से बनता है, क्या परिणामी प्रतिच्छेदन भी एक उत्तल समुच्चय है?

(A) केवल यदि वे समुच्चय वृत्त हों

(B) केवल तभी जब कि प्रतिच्छेदन एक रिक्त समुच्चय न हो

(C) सदैव

(D) कभी भी नहीं

95. What is the key difference between the 'Least cost method' and 'Vogel's Approximation method?
(A) There is no difference; they always yield the same result
(B) Least cost method is used for maximization and Vogle's method is used for minimization.
(C) Least cost method is used for Transportation problems and Vogel's method is used for assignment problems
(D) Vogel's method uses row and column penalties while least cost method looks at the absolute lowest value

96. If the customer arrival rate is 24 per hour and service rate is 40 per hour, then for a single server model
(A) The probability of no customer in the system is $\frac{2}{50}$
(B) The expected number of customers in the waiting line is $\frac{9}{100}$
(C) The expected time a customer spend in the system is $\frac{1}{16}$ hour
(D) The expected number of customers in the waiting line is 26

97. Let X(t) be the number of customers in an M/M/1 queueing system with arrival rate $\lambda > 0$ and service rate $\mu > 0$, then the process X (t) is a
(A) Poisson process with rate $\lambda-\mu$
(B) Pure birth process with birth rate $\lambda-\mu$
(C) Birth and death process with birth rate λ and death rate μ
(D) Birth and death process with birth rate $\frac{1}{\lambda}$ and death rate $\frac{1}{\mu}$

98. For M/M/1 queueing model, the steady state solution is
(A) $P_n = \rho^n (1-\rho)$, where $\rho=\frac{\lambda}{\mu}; \rho<1$
(B) $P_n = \rho^n$, where $\rho=\frac{\lambda}{\mu}; \rho>1$
(C) $P_n = \rho^n (1-\rho)^n$, where $\rho=\frac{\lambda}{\mu}; \rho\leq1$
(D) $P_n = 1-\rho^n$, where $\rho=\frac{\lambda}{\mu}; \rho<1$

99. For the function $f(x, y) = x + y$, subject to $x^2 + y^2 \geq 2$; $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which of the following is true?
(A) The function has no global minimum
(B) Karus-Kuhn-Tucker (KKT) conditions are not satisfied at any point
(C) The function has the local minimum at the point (1, 1) which is not the point of global minimum
(D) The function has the local minimum at the point (1, 1) which is also be the point of global minimum

100. Consider the following standard 2-Machine sequencing problem where 3 jobs to be processed in the order Machine 1 (M_1) → Machine 2 (M_2) :

Job	M_1 Time (hrs)	M_2 Time (hrs)
Job A	3	8
Job B	7	4
Job C	5	9

then, the optimal sequence for the jobs will be :
(A) A → B → C
(B) A → C → B
(C) C → A → B
(D) C → B → A

95. न्यूनतम लागत विधि (Least Cost Method) और वोगेल की सन्निकटन विधि (Vogel's Approximation Method) के बीच मुख्य अंतर क्या है?

(A) इनमें कोई अंतर नहीं है; वे हमेशा एक ही परिणाम देते हैं

(B) न्यूनतम लागत विधि का उपयोग अधिकतमीकरण के लिए किया जाता है और वोगेल विधि का उपयोग न्यूनीकरण के लिए किया जाता है

(C) न्यूनतम लागत विधि का उपयोग परिवहन समस्याओं के लिए किया जाता है और वोगेल विधि का उपयोग निर्धारण समस्याओं के लिए किया जाता है

(D) वोगेल की विधि पंक्ति और स्तंभ दंड का उपयोग करती है, जबकि न्यूनतम लागत विधि पूर्ण रूप से सबसे कम मूल्य को देखती है

96. यदि ग्राहकों के आगमन की दर 24 प्रति घंटा है और सेवा की दर 40 प्रति घंटा है, तो एक सिंगल सर्वर मॉडल के लिए

(A) प्रणाली में कोई भी ग्राहक न होने की प्रायिकता $\frac{2}{50}$ है

(B) प्रतीक्षा पंक्ति में ग्राहकों की अपेक्षित संख्या $\frac{9}{100}$ है

(C) प्रणाली में एक ग्राहक द्वारा बिताया जाने वाला अपेक्षित समय $\frac{1}{16}$ घण्टा है

(D) प्रतीक्षा पंक्ति में ग्राहकों की अपेक्षित संख्या 26 है

97. मान लिजिए कि X(t), $\lambda > 0$ आगमन दर और $\mu > 0$ सेवा दर वाले एक M/M/1 कतार प्रणाली में ग्राहकों की संख्या को दर्शाता है। तो प्रक्रिया X(t) एक

(A) दर $\lambda - \mu$ के साथ एक प्वासों प्रक्रिया है

(B) जन्म दर $\lambda - \mu$ के साथ एक शुद्ध जन्म प्रक्रिया है

(C) जन्म दर λ और मृत्यु दर μ के साथ जन्म और मृत्यु प्रक्रियाएँ हैं

(D) जन्म दर $\frac{1}{\lambda}$ और मृत्यु दर $\frac{1}{\mu}$ के साथ जन्म और मृत्यु प्रक्रियाएँ हैं

98. M/M/1 कतार मॉडल के लिए स्थिर-अवस्था समाधान है

(A) $P_n = \rho^n (1-\rho)$, जहाँ $\rho = \frac{\lambda}{\mu}; \rho < 1$

(B) $P_n = \rho^n$, जहाँ $\rho = \frac{\lambda}{\mu}; \rho > 1$

(C) $P_n = \rho^n (1-\rho)^n$, जहाँ $\rho = \frac{\lambda}{\mu}; \rho \leq 1$

(D) $P_n = 1-\rho^n$, जहाँ $\rho = \frac{\lambda}{\mu}; \rho < 1$

99. फलन $f(x, y) = x + y$ के लिए, जब कि प्रतिबंध $x^2 + y^2 \geq 2; x \geq 0$ और $y \geq 0$ हों, तो निम्नलिखित में से कौन सा कथन सत्य है?

(A) फलन को कोई वैश्विक न्यूनतम मान नहीं है

(B) करूश-कुन-टकर (KKT) शर्तें किसी भी बिन्दु पर संतुष्ट नहीं होती हैं

(C) फलन का बिंदु (1, 1) पर एक स्थानीय न्यूनतम मान है, जो कि वैश्विक न्यूनतम मान का बिंदु नही है

(D) फलन का बिंदु (1, 1) पर एक स्थानीय न्यूनतम मान है, जो कि वैश्विक न्यूनतम मान का बिंदु भी है

100. निम्नलिखित मानक 2-मशीन अनुक्रमण समस्या पर विचार करे। इसमें 3 कार्यों को मशीन $M_1 \rightarrow M_2$ (मशीन 1 → मशीन 2) के क्रम में संसाधित किया जाना है, जब कि

कार्य	M_1 समय (घंटा)	M_2 समय (घंटा)
कार्य A	3	8
कार्य B	7	4
कार्य C	5	9

तो इन कार्यों के लिए इष्टतम क्रम होगा

(A) $A \rightarrow B \rightarrow C$

(B) $A \rightarrow C \rightarrow B$

(C) $C \rightarrow A \rightarrow B$

(D) $C \rightarrow B \rightarrow A$

52/GA/CC/M-2026-19

पुस्तिका श्रृंखला

A

उम्मीदवार का अनुक्रमांक

प्रश्न–पुस्तिका

गणित

समय : 2 घण्टे

पूर्णांक : 100

प्रश्नों के उत्तर देने से पहले नीचे लिखे अनुदेशों को ध्यान से पढ़ लें।

महत्त्वपूर्ण अनुदेश

1. इस प्रश्न–पुस्तिका में कुल 100 प्रश्न हैं।
2. सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।
3. सभी प्रश्नों के उत्तर दें।
4. प्रश्नों के उत्तर देने के लिए आपको उत्तर पत्रक प्रश्न–पुस्तिका के अन्दर दिया गया है। अपने उत्तर पत्रक के निर्धारित स्थान में अपना अनुक्रमांक लिखे एवं कुटबद्ध करें तथा अन्य विवरण अवश्य लिखें अन्यथा आपका उत्तर पत्रक जाँचा नहीं जायेगा।
5. परीक्षा आरम्भ होते ही आप अपनी प्रश्न–पुस्तिका एवं संलग्न उत्तर पत्रक की जाँच कर देख लें कि प्रश्न–पुस्तिका के ऊपर दायीं ओर मुद्रित श्रृंखला एवं उत्तर पत्रक पर मुद्रित श्रृंखला समान है। कृपया यह भी जाँच लें कि प्रश्न–पुस्तिका में रफ़ कार्य हेतु दो पृष्ठों (पृष्ठ सं. 30 और 31) सहित पूरे 32 मुद्रित पृष्ठ हैं और कोई प्रश्न या पृष्ठ बिना छपा हुआ या फटा हुआ या दोबारा आया हुआ या प्रश्न–पुस्तिका एवं उत्तर पत्रक में मुद्रित श्रृंखला में अन्तर तो नहीं है। प्रश्न–पुस्तिका एवं संलग्न उत्तर पत्रक में किसी प्रकार की त्रुटि पाने पर तत्काल इसके बदले, इसी श्रृंखला की दूसरी सही प्रश्न–पुस्तिका एवं ओ.एम.आर. पत्रक ले लें।
6. यदि किसी प्रश्न में किसी प्रकार की कोई मुद्रण या तथ्यात्मक प्रकार की त्रुटि हो, तो प्रश्नों के अंग्रेजी तथा हिन्दी रूपान्तरों में से अंग्रेजी रूपान्तर को मानक माना जायेगा ।
7. इस पृष्ठ के ऊपर निर्धारित स्थान में अपना अनुक्रमांक अवश्य लिखें। प्रश्न–पुस्तिका पर और कुछ न लिखें।
8. इस प्रश्न पुस्तिका में सभी प्रश्न और उनके उत्तर अंग्रेजी एवं हिन्दी में मुद्रित हैं। प्रत्येक प्रश्न के चार उत्तर – (A), (B), (C) और (D) क्रम पर दिये गये हैं। उनमें से आप सबसे सही केवल एक उत्तर को चुनें और अपने उत्तर पत्रक पर अंकित करें। यदि आपको ऐसा लगे कि किसी प्रश्न के एक से अधिक उत्तर सही हैं, तो आप अपने उत्तर पत्रक में उस उत्तर को अंकित करें जो आपको सर्वोत्तम लगे । प्रत्येक प्रश्न के लिए केवल एक ही उत्तर चुनना है।
9. उत्तर पत्रक में प्रत्येक प्रश्न संख्या के सामने चार वृत्त इस प्रकार बने हुए हैं – Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ और Ⓓ। प्रश्नों के उत्तर देने के लिए आपको अपनी पसन्द के केवल एक वृत्त को काली/नीली स्याही के बॉल–पॉइन्ट पेन से चिह्नित करना है। प्रत्येक प्रश्न के लिए केवल एक उत्तर को चुनें और उसे अपने उत्तर पत्रक में चिह्नित करें। आप उत्तर पत्रक में यदि एक प्रश्न के लिए एक से अधिक वृत्त में निशान लगाते हैं, तो आपका उत्तर गलत माना जायेगा। उत्तर पत्रक में उत्तर को चिह्नित करने के लिए केवल काली/नीली स्याही के बॉल पॉइन्ट पेन का ही प्रयोग करें। किसी भी प्रकार का काट–कूट अथवा परिवर्तन मान्य नहीं है।
10. प्रश्न–पुस्तिका से कोई पन्ना फाड़ना या अलग करना मना है। प्रश्न–पुस्तिका और उत्तर पत्रक को परीक्षा की अवधि में परीक्षा भवन से बाहर कदापि न ले जायें। परीक्षा के समापन पर उत्तर पत्रक वीक्षक को अवश्य सौंप दें। उसके बाद आपको अपनी प्रश्न–पुस्तिका अपने साथ ले जाने की अनुमति है।
11. ऊपर के अनुदेशों में से किसी एक का भी पालन नहीं करने पर आप पर आयोग के विवेकानुसार कार्रवाई की जा सकती है अथवा आपको दण्ड दिया जा सकता है।
12. अभ्यर्थी उत्तर पत्रक को अपनी उपस्थिति में Self Adhesive LDPE Bag में पूरी तरह से पैक/सील करवाने के उपरांत ही परीक्षा कक्ष को छोड़ें।

Note : English version of the instructions is printed on the First Page of this Booklet.