Student's Copy

Serial No. **3000022**

STATISTICS

Time : 3 Hours] *[Full Marks : 300*

Section - I

खण्ड – I

1. Answer the following questions : **[5×10=50]**

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें :

a) Two men M_1 and M_2 and three women W_1, W_2 and W_3 in a big industrial firm are trying for further promotion for only one post which falls vacant. Those of the same sex have equal probabilities of getting promotion, but each man is twice as likely to get promotion as any woman.
एक बड़ी औद्योगिक फर्म में दो पुरूष M_1 और M_2 और तीन महिलाएँ W_1, W_2 और W_3 केवल एक रिक्त पद के लिए आगे की पदोन्नति के लिए प्रयास कर रहे हैं। समान लिंग के व्यक्तियों के पदोन्नति पाने की संभावनाएँ समान हैं, लेकिन प्रत्येक पुरूष के पदोन्नति पाने की संभावना किसी भी महिला की तुलना में दोगुनी है।

i) Find the probability that a woman gets the promotion.

एक महिला को पदोन्नति मिलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

ii) If M_2 and W_2 are spouses, find the probability that one of them gets the promotion.

यदि M_2 और W_2 पति पत्नी हैं, तो उनमें से किसी एक को पदोन्नति मिलने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

b) i) The probability distribution of X is given by following: $P(X = 0) = P(X = 2) = p$; and $P(X = 1) = 1 - 2p$, for $0 \le p \le \frac{1}{2}$. For what value of p the variance of X is maximum?

X का प्रायिकता बंटन निम्न द्वारा दिया गया है : $P(X = 0) = P(X = 2) = p$; और $P(X = 1) = 1 - 2p$, $0 \le p \le \frac{1}{2}$ के लिए X का प्रसरण p के किस मान के लिए अधिकतम है?

ii) Suppose the conditional probability density function given by

$$f_{X|Y}(x \mid y) = e^{-y} \frac{y^x}{x!}, \; x = 0, 1, 2, \ldots$$

is a Poisson distribution with parameter y. And, the random variable Y is continuous with marginal probability density function $f_Y(y) = e^{-y}, \quad y \ge 0$. Show that $f_X(x) = 2^{-(x+1)}, \; x = 0, 1, \ldots$

मान लीजिए कि सशर्त संभाव्यता घनत्व फलन $f_{X|Y}(x \mid y) = e^{-y} \frac{y^x}{x!}, \; x = 0, 1, 2, \ldots$ दिया गया है, जो की प्राचल y के साथ एक पॉइसन बंटन है। और, सतत यादृच्छिक चर Y का सीमांत प्रायिकता घनत्व फलन $f_Y(y) = e^{-y}, \quad y \ge 0$ है। दिखाएँ कि, $f_X(x) = 2^{-(x+1)}, \; x = 0, 1, \ldots$

c) Let $X_1, X_2, \ldots X_n$ be independent r.v.'s each with probability density function $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, 0 \le x < \infty, \; \lambda > 0$. Show that $\frac{1}{\overline{X}}$ is a biased estimator of λ. Compute its bias. Based on this find an unbiased estimator of λ.

मान लीजिए कि $X_1, X_2, \ldots X_n$ स्वतंत्र यादृच्छिक चर है, जिसका प्रायिकता घनत्व फलन $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, 0 \le x < \infty, \; \lambda > 0$ है। दर्शाइए कि $\frac{1}{\overline{X}}$, λ का एक पक्षपाती अनुमानक है। इसका पूर्वाग्रह परिकलित कीजिए। इसके आधार पर λ का एक निष्पक्ष अनुमानक ज्ञात कीजिए।

d) i) How Wilcoxon's signed rank test differ from sign test and how to perform it?

विल्कॉक्सन के साइन रैंक परीक्षण, साइन परीक्षण से किस प्रकार भिन्न है और इसे कैसे किया जाता है?

ii) Describe Mann-Whitney U-test for testing the identicalness of two populations.

दो आबादियों की समानता की जाँच के लिए मैन–व्हिटनी U-परीक्षण का वर्णन कीजिए।

e) Let X be $N_3(\mu,\Sigma)$ with $\Sigma = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. Are X_1 and X_2 independent? What about the independence of (X_1, X_2) and X_3?

माना कि X, $\Sigma = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ के साथ $N_3(\mu,\Sigma)$ है। क्या X_1 और X_2 स्वतंत्र हैं? तथा (X_1, X_2) और X_3 की स्वतंत्रता के बारे में क्या कहेंगे?

2. a) If $X_1, X_2, \ldots$ are independent and identically distributed (i.i.d.) random variables with common probability law N(0,1), then obtain the limiting distribution of the random variable $W_n = \sqrt{n}\dfrac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2}$. **[20]**

यदि $X_1, X_2, \ldots$ स्वतंत्र तथा समान रूप से वितरित (i.i.d.) यादृच्छिक चर हों, जिनका सामान्य प्रायिकता नियम N(0,1) हो, तो यादृच्छिक चर $W_n = \sqrt{n}\dfrac{X_1 + X_2 + \ldots + X_n}{X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2}$ का सीमित (limit) बंटन प्राप्त कीजिए।

b) i) For the sequence of random variables

$\{X_n\}$ with $P\{X_k = k^\lambda\} = P\{X_k = -k^\lambda\} = \frac{1}{2}, \lambda > 0$ determine if the WLLN holds.

यादृच्छिक चर $\{X_n\}$ के अनुक्रम, $P\{X_k = k^\lambda\} = P\{X_k = -k^\lambda\} = \frac{1}{2}, \lambda > 0$ के लिए निर्धारित करें कि क्या WLLN मान्य है।

ii) Using the central limit theorem, show that:

$$\lim_{n\to\infty} e^{-n} \sum_{k=0}^{n} \frac{n^k}{k!} = \frac{1}{2}.$$

केंद्रीय सीमा प्रमेय का उपयोग करके दर्शाइए कि :

$$\lim_{n\to\infty} e^{-n} \sum_{k=0}^{n} \frac{n^k}{k!} = \frac{1}{2}.$$

[10]

c) Discuss area under the curve property of normal distribution. If X and Y are independent normal variates with means 6, 7 and variances 9, 16 respectively, determine λ such that: **[20]**

$$P(2X + Y \le \lambda) = P(4X - 3Y \ge 4\lambda).$$

प्रसामान्य बंटन के वक्र के अंतर्गत क्षेत्रफल गुण पर चर्चा कीजिए। यदि X और Y स्वतंत्र सामान्य चर हैं, जिनके माध्य क्रमशः 6, 7 और प्रसरण 9, 16 हैं, तो λ इस प्रकार निर्धारित कीजिए कि :

$$P(2X + Y \le \lambda) = P(4X - 3Y \ge 4\lambda).$$

OR/अथवा

a) Write properties of maximum likelihood estimators (m.l.e.). Obtain maximum likelihood estimate of θ in $f(x,\theta)=(1+\theta)x^{\theta}$, $0<x<1$, based on an independent sample of size n. Examine whether the estimate is sufficient for θ. **[20]**

अधिकतम संभाव्यता अनुमानक (m.l.e.). के गुण लिखिए। $f(x,\theta)=(1+\theta)x^{\theta}$, $0<x<1$, में θ के लिए का अधिकतम संभाव्यता अनुमान, n आकार के स्वतंत्र नमूने के आधार पर प्राप्त कीजिए। यह भी जाँचिए कि यह अनुमान के लिए θ पर्याप्त (sufficient) है या नहीं।

b) Let X follows a beta distribution of first kind with parameters μ and υ and Y follows a gamma distribution with parameters λ and $\mu+\upsilon$ and both are independently distributed. Find a probability density function (p.d.f.) for X Y and identify its distribution. **[10]**

माना कि X पहली प्रकार की बीटा वितरण का पालन करता है, जिसके प्राचल μ और υ हैं, तथा Y गामा बंटन का पालन करता है, जिसके प्राचल λ और $\mu+\upsilon$ हैं, और दोनों स्वतंत्र रूप से वितरित हैं। X Y का प्रायिकता घनत्व फलन (p.d.f.) ज्ञात कीजिए और उसके बंटन की पहचान कीजिए।

c) Give a working rule of finding the best critical region for testing a simple null hypothesis against a simple alternative hypothesis. p is the probability that a given die shows even number. To test $H_0 : p=\frac{1}{2}$ against $H_1 : p=\frac{1}{2}$, following procedure is adopted:

Toss the die twice and accept H_0 if both times it shows even number. Find probabilities of type I and type II errors. **[20]**

सरल शून्य परिकल्पना के विरूद्ध सरल वैकल्पिक परिकल्पना की जाँच के लिए सर्वश्रेष्ठ क्रांतिक क्षेत्र (best critical region) ज्ञात करने का कार्य-विधि (working rule) लिखिए। मान लीजिए कि एक पासे के सम संख्या आने की प्रायिकता p है। $H_0 : p=\frac{1}{2}$ के विरूद्ध $H_1 : p=\frac{1}{2}$ का परीक्षण करने के लिए निम्न प्रक्रिया अपनाई जाती है: पासे को दो बार उछाला जाता है और यदि दोनों बार सम संख्या आती है, तो H_0 को स्वीकार किया जाता है। प्रथम प्रकार तथा दूसरा प्रकार त्रुटियों की प्रायिकताएँ ज्ञात कीजिए।

3. a) Consider three independent random variables Y_1, Y_2, and Y_3 having common variance σ^2 and expectations $E(Y_1) = \mu_1 + \mu_3$, $E(Y_2) = \mu_1 + \mu_2$ and $E(Y_3) = \mu_1 + \mu_3$. Show that $\mu_1 + \mu_2$ and $\mu_1 + \mu_3$ are estimable. And obtain sum of square due to error in the above case. **[15]**

तीन स्वतंत्र यादृच्छिक चरों Y_1, Y_2, और Y_3 को विचार कीजिए, जिनका प्रसरण समान है और जिनके प्रत्यासित मान क्रमशः $E(Y_1) = \mu_1 + \mu_3$, $E(Y_2) = \mu_1 + \mu_2$ और $E(Y_3) = \mu_1 + \mu_3$ हैं। यह दर्शाइए कि $\mu_1 + \mu_2$ और $\mu_1 + \mu_3$ दोनों अनुमाननीय (estimable) हैं। साथ ही, इस स्थिति में त्रुटि के कारण उत्पन्न वर्गों का योग प्राप्त कीजिए।

b) Illustrate the application of linear estimation theory in the simple linear regression model and find the least square estimators of unknown parameters of the model given as $y_i = (\beta_0 + \beta_1\bar{x}) + \beta_1(x_i - \bar{x}) + \varepsilon_i$. Also, find the normal equations in the case of multiple linear regression model. Give two practical examples mentioning regressor(s) and criterion variables. **[20]**

सरल रैखिक प्रतिगमन मॉडल में रैखिक अनुमानी सिद्धांत के उपयोग को स्पष्ट कीजिए और दिए गए मॉडल $y_i = (\beta_0 + \beta_1\bar{x}) + \beta_1(x_i - \bar{x}) + \varepsilon_i$ के अज्ञात पैरामीटरों के न्यूनतम वर्ग आकलकों को ज्ञात कीजिए। साथ ही, बहु–रैखिक प्रतिगमन मॉडल के मामले में सामान्य समीकरणों को ज्ञात कीजिए। दो व्यावहारिक उदाहरण दीजिए जिनमें प्रतिग्रासी चर (regressor) और मानदंड चर (criterion variable) का उल्लेख हो।

c) Let $X \sim$ Poisson (θ). Using Rao-Blackwell theorem, obtain a minimum variance unbiased estimator for $f(\theta) = \dfrac{e^{-\theta}\theta^k}{k!}$, where k is an integer. **[15]**

मान लीजिए $X \sim$ पॉइसन (θ)। राव–ब्लैकवेल प्रमेय का उपयोग करते हुए, $f(\theta) = \dfrac{e^{-\theta}\theta^k}{k!}$, के लिए न्यूनतम प्रसरण निष्पक्ष अनुमानक प्राप्त करें, जहाँ k एक पूर्णांक है।

OR/अथवा

a) A random sample $X_1, X_2, \dots X_n$ is taken from the population with the probability density function $f(x) = kxe^{-x/\theta}$, $x \geq 0, \theta > 0$ where k is a constant to be suitably chosen. Derive the maximum likelihood estimator of θ and also show that $S^2 = \frac{1}{3n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ is an unbiased estimator of the population variance. **[15]**

प्रायिकता घनत्व फलन $f(x) = kxe^{-x/\theta}$, $x > 0, \theta > 0$ के साथ जनसंख्या से एक यादृच्छिक नमूना $X_1, X_2, \dots X_n$ लिया जाता है, जहाँ k एक उपयुक्त रूप से चयनित स्थिरांक है। θ का अधिकतम संभाव्यता अनुमानक ज्ञात कीजिए और यह भी दर्शाइए कि $S^2 = \frac{1}{3n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ जनसंख्या प्रसरण का एक निष्पक्ष अनुमानक है।

b) In the usual notations prove that : **[20]**

i) $\text{Cov}(P'\hat{\beta}, R'\hat{\beta}) = \sigma^2 P'CR$. Also, write expression of variance of $P'\hat{\beta}$ and

ii) $\hat{\sigma}^2 = \frac{R_0^2}{n-r}$

सामान्य संकेतों में सिद्ध करें कि :

i) $\text{Cov}(P'\hat{\beta}, R'\hat{\beta}) = \sigma^2 P'CR$. साथ ही, $P'\hat{\beta}$ के प्रसरण का व्यंजक लिखिए। और

ii) $\hat{\sigma}^2 = \frac{R_0^2}{n-r}$.

c) i) Explain the relationship between Hotelling T^2 and Mahalanobis D^2. Also discuss the applications of Hotelling T^2.

ii) For a data matrix of a random sample of size $n = 3$ from a bivariate normal population,

$$X = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 10 & 6 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}.$$

Evaluate the observed T^2 for $\mu_0' = [9, 5]$. What is the sampling distribution of T^2 in this case? **[15]**

i) हॉटेलिंग T^2 और महालनोबिस D^2 के बीच संबंध स्पष्ट कीजिए। साथ ही, हॉटेलिंग T^2 के अनुप्रयोगों पर चर्चा कीजिए।

ii) द्विवरीय सामान्य जनसंख्या से लिए गए $n = 3$ आकार के यादृच्छिक नमूने के आँकड़ा आव्यूह के लिए

$$X = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 10 & 6 \\ 8 & 3 \end{bmatrix}$$

$\mu_0' = [9,5]$ के लिए प्रेक्षित T^2 का मूल्यांकन कीजिए। इस स्थिति में T^2 का नमूना बंटन क्या है?

Section - II

खंड - II

4. Answer the following questions : **[5×10=50]**

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें :

a) How does sampling without replacement differ from that with replacement? Which of them gives a lower value of the standard deviation of the sample mean? Explain by considering samples of size two from a population consisting of the five numbers 2, 3, 6, 8, 11.

प्रतिस्थापन के बिना प्रतिचयन, प्रतिस्थापन सहित प्रतिचयन से किस प्रकार भिन्न है? इनमें से कौन–सा प्रतिचयन माध्य के मानक विचलन का निम्न मान देता है? पाँच संख्याओं 2, 3, 6, 8, 11 से बनी जनसंख्या से आकार 2 के प्रतिचयन लेकर व्याख्या कीजिए।

b) Distinguish between complete and partial confounding with proper examples. The key block in a factorial experiment is given as,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Identify the confounded effects.

पूर्ण (Complete) तथा आंशिक (Partial) संकरण के बीच अंतर उचित उदाहरणों सहित स्पष्ट कीजिए। एक बहुउपादानी प्रयोग में मुख्य (Key) ब्लॉक निम्न प्रकार दिया गया है,

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

संकुलित प्रभावों की पहचान कीजिए।

c) Examine the important formulae for the calculation of price index numbers in the light of the various tests devised for this purpose. Also, explore different errors in computation of Index numbers.

मूल्य सूचकांक संख्याओं की गणना हेतु प्रयुक्त महत्त्वपूर्ण सूत्रों की विभिन्न परीक्षणों (tests) के संदर्भ में समीक्षा कीजिए। साथ ही, सूचकांक संख्याओं की गणना में होने वाली विभिन्न त्रुटियों का भी विश्लेषण कीजिए।

d) The values of l_x, i.e. the number of persons living at age x are given as below:

x	90	91	92	93	94	95	96
l_x	97	59	32	75	6	2	0

Calculate the remaining entries of the life table for $x \geq 90$.

नीचे आयु x पर जीवित व्यक्तियों की संख्या, अर्थात् l_x के मान दिए गए हैं :

x	90	91	92	93	94	95	96
l_x	97	59	32	75	6	2	0

$x \geq 90$ के लिए जीवन तालिका के शेष प्रविष्टियों की गणना करें।

e) Explain the theoretical basis of control charts. Discuss the construction of various types of control chart for variables and attributes, for detection of lack of control in a continuous flow of manufactured product.

नियंत्रण चार्ट के सैद्धांतिक आधार की व्याख्या कीजिए। निर्मित उत्पाद के सतत प्रवाह में नियंत्रण की कमी का पता लगाने के लिए, चरों और गुणधर्म हेतु विभिन्न प्रकार के नियंत्रण चार्ट के निर्माण पर चर्चा कीजिए।

5. a) In a population with N = 6 and $k = 2$ the values of y_{ij} are 0, 1, 2 in the stratum 1 and 4, 6, 11 in stratum 2. A sample with $n = 4$ is to be taken. Show that the optimum n_i under Neyman allocation are $n_1 = 1$ and $n_2 = 3$. **[10]**

N = 6 और $k = 2$ वाली एक समष्टि में, स्तर 1 में y_{ij} के मान 0, 1, 2 और स्तर 2 में 4, 6, 11 हैं। $n = 4$ वाला एक प्रतिदर्श लिया जाना है। दर्शाइए कि नेयमन आबंटन के अंतर्गत इष्टतम n_i, $n_1 = 1$ और $n_2 = 3$ हैं।

b) Derive the expressions of the Reliability and Instantaneous failure function of Weibull distribution. **[10]**

वेइबुल बंटन के विश्वसनीयता फलन और तात्कालिक विफलता फलन के व्यंजक व्युत्पन्न करें।

c) Discuss main and interaction effects of a 3^2 - factorial design. Also, write first two columns of ANOVA table for this design. **[10]**

3^2 - फैक्टोरियल डिज़ाइन में मुख्य प्रभाव (main effects) तथा पारस्परिक प्रभाव (interaction effects) पर चर्चा कीजिए। साथ ही, इस डिज़ाइन के लिए ANOVA तालिका के पहले दो स्तम्भ लिखिए।

d) Discuss Following : **[10]**

निम्नलिखित पर चर्चा करें :

i) Poisson process

पॉइसन प्रक्रिया

ii) Arrivals and service time in queue systems

कतार प्रणालियों में आगमन और सेवा समय

iii) Queue Disciplines and Queue Models.

कतार अनुशासन और कतार मॉडल

Explain and obtain a probability distribution for a queue model having arrival and departure pattern follow Poisson process having single channel, infinite capacity of the system and first in first out service scheme.

एक कतार मॉडल के लिए प्रायिकता बंटन की व्याख्या करें और प्राप्त करें जिसमें आगमन और प्रस्थान पैटर्न पॉइसन प्रक्रिया का अनुसरण करते हैं जिसमें एकल चैनल, प्रणाली की अनंत क्षमता और पहले आओ पहले पाओ सेवा योजना है।

e) Items are produced in batches of 2000, which are subject to the following inspection plan. A random sample of size 200 is taken from each batch and the batch is accepted if the sample contains less than three defectives, otherwise it is rejected. **[10]**

वस्तुओं का उत्पादन 2000 के बैचों में किया जाता है, जो निम्नलिखित निरीक्षण योजना के अधीन हैं। प्रत्येक बैच से 200 आकार का एक यादृच्छिक नमूना लिया जाता है और यदि नमूने में तीन से कम दोष हों तो बैच को स्वीकार कर लिया जाता है, अन्यथा उसे अस्वीकार कर दिया जाता है।

i) If rectifying inspection is adopted, calculate the average outgoing quality at the process average $\bar{p} = 0.005$.

यदि सुधारात्मक निरीक्षण अपनाया जाता है, तो प्रक्रिया औसत $\bar{p} = 0.005$ पर औसत निर्गमन गुणवत्ता की गणना करें।

ii) Calculate the AOQL and the value of p at which it is achieved.

AOQL और जिस मान पर p प्राप्त होता है उसकी गणना करें।

OR/अथवा

a) The Horvitz and Thompson (HT) estimator of the population total $Y\left(\text{i.e. } \hat{Y}_{HT}\right)$ is a linear estimator of the sample observations. Prove the given statements regarding $\hat{Y}_{HT}$ which can be defined as $\hat{Y}_{HT} = \sum_{i \in s} \frac{y_i}{\pi_i}$, based on n sample observations y_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ where π_i is the inclusion probability of i-th population unit. **[10]**

जनसंख्या योग का हॉर्विट्ज़ एवं थॉम्पसन (HT) का आकलक $\left(\text{अर्थात्}\ \hat{Y}_{HT}\right)$ एक रैखिक आकलक है, जो नमूना प्रेक्षणों पर आधारित होता है। यह सिद्ध करें कि दिए गए कथन इस आकलक के लिए सत्य हैं, जहाँ HT आकलक को इस प्रकार परिभाषित किया जाता है जो n नमूना प्रेक्षणों y_i, $i = 1, 2, \ldots, n$ पर आधारित होता है :

$$\hat{Y}_{HT} = \sum_{i \in s} \frac{y_i}{\pi_i}$$

जहाँ π_i, i-वें जनसंख्या इकाई के समावेशन की प्रायिकता है।

i) It is an unbiased estimator of the population total.

यह कुल जनसंख्या का एक निष्पक्ष आकलक है।

ii) The variance of $\hat{Y}_{HT}$ derived by 'Sen' and 'Yates and Grundy' reduces to zero if $\pi_i \alpha Y_i$.

'सेन' और 'येट्स और ग्रुंडी' द्वारा व्युत्पन्न $\hat{Y}_{HT}$ का प्रसरण शून्य हो जाता है यदि $\pi_i \alpha Y_i$.

iii) The non-negativity condition for the estimator of variance of the HT estimator of population total Y is given by $\pi_i \pi_j \geq \pi_{ij}$.

जनसंख्या योग के HT आकलक के विचरण के आकलक के लिए गैर–नकारात्मकता की स्थिति Y दी गई है $\pi_i \pi_j \geq \pi_{ij}$.

iv) Under SRSWOR scheme, the $\hat{Y}_{HT}$ reduces to simple estimator of population total Y given by $\hat{Y}_{HT} = N\bar{y}$.

SRSWOR पद्धति में, आकलक $\hat{Y}_{HT}$ सरल होकर जनसंख्या योग के साधारण आकलक के रूप में बदल जाता है, जिसे $\hat{Y}_{HT} = N\bar{y}$ से निरूपित किया जाता है।

b) Discuss basic principles of design of experiments. What is use of missing plot technique? In an RBD with r' blocks and t' treatments, show that the analysis can be carried out by substituting the one missing value y' as **[10]**

$$y = \frac{rB + tT - G}{(r-1)(t-1)},$$

where B is the actual total of the block with the missing unit and T is the total of yields of the treatments with the missing unit and G is the grand total. How to proceed in case of two missing observations?

प्रयोगों की डिज़ाइन के मूल सिद्धांतों पर चर्चा कीजिए। लुप्त प्लॉट तकनीक का उपयोग क्या है? r' ब्लॉक और t' उपचारों वाले RBD में, दर्शाइए कि एक लुप्त मान y' को इस प्रकार प्रतिस्थापित करके विश्लेषण किया जा सकता है।

$$y = \frac{rB + tT - G}{(r-1)(t-1)},$$

जहाँ B लुप्त इकाई वाले ब्लॉक का वास्तविक योग है और T लुप्त इकाई वाले उपचारों की उपज का योग है और G कुल योग है। दो लुप्त प्रेक्षणों की स्थिति में कैसे आगे बढ़ें?

c) In what way do total fertility rate (T.F.R.), gross reproduction rate (G.R.R.) and net reproduction rate (N.R.R.) differ from one another as measures of reproduction? Does T.F.R. Strictly conform to our ideas of a measure of reproduction? How does N.R.R. indicate the growth of population? **[10]**

प्रजनन के माप के रूप में कुल प्रजनन दर (T.F.R.), सकल प्रजनन दर (G.R.R.) और शुद्ध प्रजनन दर (N.R.R.) एक–दूसरे से किस प्रकार भिन्न हैं? क्या T.F.R. प्रजनन के माप के हमारे विचारों के पूर्णतः अनुरूप है? N.R.R. जनसंख्या वृद्धि को किस प्रकार दर्शाता है?

d) Give an outline of the different methods of estimating the reliability of a psychological test and give a comparative study of the coefficients of reliability obtained by these methods. **[10]**

मनोवैज्ञानिक परीक्षण की विश्वसनीयता का आकलन करने की विभिन्न विधियों की रूपरेखा दीजिए तथा इन विधियों द्वारा प्राप्त विश्वसनीयता गुणांकों का तुलनात्मक अध्ययन कीजिए।

e) What do you mean by income-elasticity of demand? Given family budget data, how would you estimate this elasticity? What adjustments would you make for variation in the size of family? **[10]**

माँग की आय–लोच से आपका क्या तात्पर्य है? पारिवारिक बजट के आँकड़ों को देखते हुए, आप इस लोच का आकलन कैसे करेंगे? परिवार के आकार में बदलाव के लिए आप क्या समायोजन करेंगे?

6. a) If L(p) and P(q) represent Laspeyre's index number for prices and Paasche's index number for quantities respectively, show that L(p) P(q) = L(q) P(p).

Let, X_j = price relative = $\dfrac{p_{ij}}{p_{oj}}$, Y_j = quantity relative = $\dfrac{q_{ij}}{q_{oj}}$

V_{oi} = value index number = $\dfrac{\sum_j p_{ij}q_{ij}}{\sum_j p_{oj}q_{oj}}$, $W_j = p_{oj}q_{oj}$ = weights of X_j and Y_j.

Show that $\dfrac{L_{oi}(p)}{P_{oi}(p)} = 1 - \dfrac{r_{XY}\,\sigma_X\,\sigma_Y}{V_{oi}}$ where $L_{oi}(p)$, $P_{oi}(p)$ are Laspeyre's and Paasche's indexes for price respectively, r_{XY} is the weighted correlation between X and Y, σ_X and σ_Y are the weighted standard deviation of X and Y. Also, deduce the conditions under which

$L_{oi}(p) \gtreqless P_{oi}(p)$. **[25]**

यदि L(p) और P(q) क्रमशः क़ीमतों के लिए लासपेयर सूचकांक संख्या और मात्राओं के लिए पाशे सूचकांक संख्या का प्रतिनिधित्व करते हैं, तो दर्शाइए कि L(p) P(q) = L(q) P(p) है।

मान लीजिए, X_j = सापेक्ष मूल्य $= \dfrac{p_{ij}}{p_{oj}}$, Y_j = सापेक्ष मात्रा $= \dfrac{q_{ij}}{q_{oj}}$

V_{oi} = मान सूचकांक संख्या $= \dfrac{\sum_j p_{ij} q_{ij}}{\sum_j p_{oj} q_{oj}}$, $W_j = p_{oj} q_{oj}$ = X_j और Y_j के भार।

दर्शाएँ कि $\dfrac{L_{oi}(p)}{P_{oi}(p)} = 1 - \dfrac{r_{XY}\,\sigma_X\,\sigma_Y}{V_{oi}}$, जहाँ $L_{oi}(p)$, $P_{oi}(p)$ क्रमशः मूल्य के लिए लासपेयर और पाशे के सूचकांक हैं, r_{XY}, X और Y के बीच भारित सहसंबंध है, σ_X and σ_Y, X और Y के भारित मानक विचलन हैं। साथ ही, उन शर्तों का अनुमान लगाएँ जिनके अंतर्गत $L_{oi}(p) \gtreqless P_{oi}(p)$ है।

b) Describe the variate difference method for obtaining the variance of the random component in a time series. Also, explain its purpose. **[10]**

किसी समय श्रेणी में यादृच्छिक घटक का प्रसरण प्राप्त करने के लिए चर अंतर विधि का वर्णन कीजिए। साथ ही, इसका उद्देश्य भी स्पष्ट कीजिए।

c) i) Define morbidity and discuss different measures of morbidity.

रूग्णता को परिभाषित करें और रूग्णता के विभिन्न मापों पर चर्चा करें।

ii) Explain stable population model. Prove that proportion of population of any age a at time t' denoted by C (a, t) is independent of time under stable population, i.e. C(a, t) = C(a).

स्थिर जनसंख्या मॉडल की व्याख्या कीजिए। सिद्ध कीजिए कि स्थिर जनसंख्या के अंतर्गत, समय t पर किसी भी आयु a की जनसंख्या का अनुपात, जिसे C (a, t) द्वारा दर्शाया जाता है, समय से स्वतंत्र होता है, अर्थात् C(a, t) = C(a).

[15]

OR/अथवा

a) Solve the given L.P.P. using Simplex method. **[20]**

Maximize $Z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3$

Subject to the conditions

$2x_1 + 3x_2 \leq 8$

$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 15$

$2x_2 + 5x_3 \leq 10$

and $x_1, x_2, x_3 \geq 0.$

दिए गए L.P.P. को सिंप्लेक्स विधि का उपयोग करके हल करें।

$Z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3$ को अधिकतम करें

जबकी प्रतिबन्ध है

$2x_1 + 3x_2 \leq 8$

$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 15$

$2x_2 + 5x_3 \leq 10$

और $x_1, x_2, x_3 \geq 0.$

b) A company has five jobs to be done. The following matrix shows the return in Rs. of assigning i^{th} ($i = 1, 2, \ldots, 5$) machine to the j^{th} job ($j = 1, 2, \ldots, 5$). Assign five jobs to the five machines so as to maximize the total return. **[20]**

Machine/Job	1	2	3	4	5
1	5	11	10	12	4
2	2	4	6	3	5
3	3	12	5	14	6
4	6	14	4	11	7
5	7	9	8	12	5

3000022
3000022
3000022

एक कंपनी को पाँच काम करने हैं। निम्नलिखित मैट्रिक्स i वें ($i = 1, 2,...,5$) मशीन को j वें काम ($j = 1, 2,.....,5$) को सौंपने पर प्राप्त रिटर्न (रूपये में) दर्शाता है। कुल रिटर्न को अधिकतम करने के लिए पाँच मशीनों को पाँच काम सौंपें।

मशीन/नौकरी	1	2	3	4	5
1	5	11	10	12	4
2	2	4	6	3	5
3	3	12	5	14	6
4	6	14	4	11	7
5	7	9	8	12	5

c) Discuss Multicollinearity diagnostics in Econometric theory and way out with such problems. **[10]**

अर्थमिति सिद्धांत में बहुसहसम्बद्धता (मल्टिकॉलीनियरिटी) के परीक्षण तथा ऐसी समस्याओं से निपटने के उपायों पर चर्चा करें।

ⓘⓘⓘⓘ